ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ "ΡΥΘΜΙΣΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ"

Εξέταση Ιουνίου 2018

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:
2 ώρες 15 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ/ ΕΞΑΜΗΝΟ	

ΘΕΜΑ 1 (40%). Δίνεται ισόθερμος αντιδραστήρας CSTR όπου μετατρέπεται αντιδρόν A σε B. Η δυναμική του αντιδραστήρα μετά την αντικατάσταση όλων των παραμέτρων με τις αριθμητικές τιμές τους, περιγράφεται από τις ακόλουθες διαφορικές εξισώσεις:

$$\frac{dC_A}{dt} = F(C_{A0} - C_A) - 24C_A - C_A^2$$

$$\frac{dC_B}{dt} = F(-C_B) + 24C_A - 24C_B$$

Στις παραπάνω εξισώσεις C_{A0} είναι η συγκέντρωση του συστατικού A στο μοναδικό ρεύμα εισόδου, C_A, C_B είναι οι συγκεντρώσεις των συστατικών A και B στο εσωτερικό του αντιδραστήρα και στο μοναδικό ρεύμα εξόδου (τέλεια ανάδευση), ενώ *F* είναι η ο ρυθμός ροής του ρεύματος εισόδου που σε κάθε χρονική στιγμή συμπίπτει με αυτόν του ρεύματος εξόδου. Όλες οι συγκεντρώσεις C_{A0}, C_A, C_B μετρούνται σε *mol/l* και η ροή *F* σε *l/hr.* Θα κάνουμε την παραδοχή ότι η συγκέντρωση C_{A0} είναι σταθερή και ίση με $1\,mol/l$

A) Γραμμικοποιήστε το σύστημα γύρω από το σημείο ισορροπίας που προκύπτει για $F_s = 16\,l/hr$

B) Υπολογίστε τη συνάρτηση μεταφοράς $\dfrac{C_B(s)}{F(s)}$

ΘΕΜΑ 2 (60%). Για έναν άλλο αντιδραστήρα στον οποίο ισχύουν οι ίδιες παραδοχές του θέματος 1 αλλά διαφορετικές τιμές παραμέτρων προέκυψε η συνάρτηση μεταφοράς $G(s) = \dfrac{C_B(s)}{F(s)} = \dfrac{2-s}{(s+1)(s+4)}$. Σε όλα τα υποερωτήματα θα θεωρήσετε ως μεταβλητή εκ χειρισμού την *F* και ρυθμιζόμενη μεταβλητή την C_B, ενώ ο αισθητήρας και το στοιχείο τελικής ρύθμισης έχουν συναρτήσεις μεταφοράς ίσες με τη μονάδα.

A) Αν το σύστημα ρυθμιστεί με P-ρυθμιστή, υπολογίστε το διάστημα τιμών του συντελεστή ενίσχυσης, για το οποίο το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ευσταθές.

B) Αν επιλέξετε σαν συντελεστή ενίσχυσης του P-ρυθμιστή το 80% του άνω ορίου που προκύπτει στο ερώτημα A, υπολογίστε το λόγο απόσβεσης στο σύστημα κλειστού βρόχου που διαμορφώνεται καθώς και την τελική τιμή της συγκέντρωσης C_B σε περίπτωση που το σύστημα ξεκινήσει από ισορροπία και δοθεί μοναδιαία βηματική επιβολή στην επιθυμητή τιμή.

Γ) Εξετάστε αν με PD-ρυθμιστή και με συντελεστή ενίσχυσης αυτόν που υπολογίσατε στο ερώτημα Β, μπορείτε να πετύχετε λόγο απόσβεσης ίσο με 1 στο σύστημα κλειστού βρόχου και την ίδια τελική τιμή στο πρόβλημα καθοδήγησης που περιγράφεται στο ερώτημα Β. Αν ναι, προσδιορίστε το χρόνο προπορείας του PD-ρυθμιστή.

Δ) Προσδιορίστε τη συνάρτηση μεταφοράς του ρυθμιστή που προκύπτει με εφαρμογή της μέθοδου IMC ως συνάρτηση του λ με επιλογή $Q(s)=\dfrac{1}{G_{-}(s)}\dfrac{1}{(\lambda s+1)}$. Δεν απαιτείται να καταλήξετε σε δομή PID, αρκεί να παρουσιάσετε το πηλίκο πολυωνύμων. Δείξτε ότι ο ρυθμιστής έχει ολοκληρωτική δράση. Δίνεται ο τύπος $K(s)=\dfrac{Q(s)}{1-Q(s)G(s)}$.

Ε) Προσεγγίστε τη συνάρτηση μεταφοράς *G(s)* με σύστημα πρώτης τάξης και νεκρό χρόνο χρησιμοποιώντας τη μέθοδο half rule. Στο σύστημα που προκύπτει σχεδιάστε P-ρυθιστή ώστε το περιθώριο ενίσχυσης να είναι ίσο με 2.

ΘΕΜΑ 1:

$$\frac{dC_A}{dt} = F(C_{A0} - C_A) - 24C_A - C_A^2 \qquad f_1(F, C_A) = F(C_{A0} - C_A) - 24C_A - C_A^2$$

$$\frac{dC_B}{dt} = F(-C_B) + 24C_A - 24C_B \qquad f_2(F, C_B, C_A) = -FC_B + 24C_A - 24C_B$$

$C_{A0} = 1$ mol/lt

$F_s = 16$ l/hr

Στη μόνιμη κατάσταση

$$\left.\begin{aligned} &(1)\quad F_s(C_{A0,s} - C_{A,s}) - 24C_{A,s} - C_{A,s}^2 = 0 \\ &(2)\quad F_s(-C_{B,s}) + 24C_{A,s} - 24C_{B,s} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$16(1 - C_{A,s}) - 24C_{A,s} - C_{A,s}^2 = 0 \Rightarrow$$

$$-C_{A,s}^2 - 40C_{A,s} + 16 = 0 \quad \begin{cases} C_{A,s} = -40.4 \text{ Απορρίπτεται} \\ C_{A,s} = 0.4 \text{ mol/lt} \end{cases}$$

Αντικαθιστώντας στην (2) $\quad -16C_{B,s} + 24 \cdot 0.4 - 24C_{B,s} = 0$

$$40C_{B,s} = 0.4 \cdot 24 \rightarrow C_{B,s} = 0.24 \text{ mol/lt}$$

$$\frac{d\bar{C}_A(t)}{dt} \cong \left.\frac{\partial f_1}{\partial F}\right|_s \bar{F}(t) + \frac{\partial f_1}{\partial C_A}\bar{C}_A(t) = (C_{A0} - C_A)|_s \bar{F}(t) + (-F - 24 - 2C_A)|_s \bar{C}_A(t)$$

$$= 0.6\bar{F}(t) + (-16 - 24 - 0.8)\bar{C}_A(t) = 0.6\bar{F}(t) - 40.8\bar{C}_A(t) \quad (3)$$

$$\frac{d\bar{C}_B(t)}{dt} \cong \left.\frac{\partial f_2}{\partial F}\right|_s \bar{F}(t) + \left.\frac{\partial f_2}{\partial C_A}\right|_s \bar{C}_A(t) + \left.\frac{\partial f_2}{\partial C_B}\right|_s \bar{C}_B(t)$$

$$= -C_B|_s \bar{F}(t) + 24\bar{C}_A(t) + (-F - 24)|_s \bar{C}_B(t)$$

$$= -0.24\bar{F}(t) + 24\bar{C}_A(t) + (-40)\bar{C}_B(t) \quad (4)$$

Μετασχηματισμοί Laplace

$$s\bar{C}_A(s) = 0.6\,\bar{F}(s) - 40.8\,\bar{C}_A(s) \qquad (5)$$

$$s\bar{C}_B(s) = -0.24\,\bar{F}(s) + 24\,\bar{C}_A(s) - 40\,\bar{C}_B(s) \qquad (6)$$

$$(6) \Rightarrow \quad \bar{C}_B(s)\,(s+40) = -0.24\,\bar{F}(s) + 24\,\bar{C}_A(s)$$

$$(5) \Rightarrow \quad (s+40.8)\,\bar{C}_A(s) = 0.6\,\bar{F}(s)$$

$$\Rightarrow \quad \bar{C}_A(s) = \frac{0.6}{s+40.8}\,\bar{F}(s)$$

Αντικαθιστούμε στην (6)

$$\bar{C}_B(s)\,(s+40) = -0.24\,\bar{F}(s) + 24\,\frac{0.6}{s+40.8}\,\bar{F}(s)$$

$$\bar{C}_B(s) = \left[\frac{-0.24}{s+40} + \frac{24 \cdot 0.6}{(s+40.8)(s+40)}\right]\bar{F}(s)$$

$$\frac{\bar{C}_B(s)}{\bar{F}(s)} = \frac{-0.24(s+40.8) + 24 \cdot 0.6}{(s+40)(s+40.8)}$$

$$= \frac{-0.24s + 4.608}{(s+40)(s+40.8)}$$

ΘΕΜΑ 2:

Α. ΧΕ κλειστού βρόχου

$$\frac{K_c(2-s)}{(s+1)(s+4)} = -1$$

$$2K_c - K_c s + s^2 + 5s + 4 = 0$$

$$s^2 + (5-K_c)s + 4 + 2K_c = 0$$

$$5 - K_c > 0 \quad K_c < 5$$

$$4 + 2K_c > 0 \quad K_c > -2$$

$$-2 < K_c < 5$$

Β. $K_c = 4$

$$G_{cl}(s) = \frac{K_c \frac{2-s}{(s+1)(s+4)}}{1 + K_c \frac{2-s}{(s+1)(s+4)}} = \frac{4(2-s)}{(s+1)(s+4) + 4(2-s)}$$

$$= \frac{8-4s}{s^2+s+12}$$

$$T^2 = \frac{1}{12} \quad 2\zeta \frac{1}{\sqrt{12}} = \frac{1}{12} \quad \zeta = \frac{1}{2\sqrt{12}} = 0.1443$$

Γ Ρυθμιστής $K(s) = 4(1+T_d s)$

$$G_{cl}(s) = \frac{4(1+T_d s)\frac{2-s}{(s+1)(s+4)}}{1+4(1+T_d s)\frac{2-s}{(s+1)(s+4)}} = \frac{4(1+T_d s)(2-s)}{(s+1)(s+4)+4(1+T_d s)(2-s)}$$

$$= \frac{4\left(2+(2T_d-1)s - T_d s^2\right)}{s^2+5s+4+8+8T_d s-4s-4T_d s^2}$$

$$= \frac{8+(8T_d-4)s-4T_d s^2}{(1-4T_d)s^2+(8T_d+1)s+12}$$

Ευστάθεια $1-4T_d>0 \quad T_d<\frac{1}{4}$

$8T_d+1>0 \quad T_d>-\frac{1}{8}$

$$T^2 = \frac{1-4T_d}{12} \qquad 2\zeta\frac{\sqrt{1-4T_d}}{\sqrt{12}} = \frac{8T_d+1}{12} \xRightarrow{\zeta=1}$$

$$4(1-4T_d) = \frac{(8T_d+1)^2}{12}$$

$$64T_d^2+16T_d+1 = 48-192T_d$$

$$64T_d^2+208T_d-47=0$$

$$T_d = \frac{-208\pm\sqrt{208^2+4\cdot64\cdot47}}{2\cdot64} = \begin{cases}-3.46\\ 0.21\end{cases}$$

$$\Delta \qquad \frac{2-s}{(s+1)(s+4)} = \frac{2-s}{2+s} \; \underbrace{\frac{2+s}{(s+1)(s+4)}}_{G_-}$$

$$Q(s) = \frac{(s+1)(s+4)}{(2+s)(\lambda s+1)}$$

$$K(s) = \frac{\dfrac{(s+1)(s+4)}{(2+s)(\lambda s+1)}}{1 - \dfrac{\cancel{(s+1)}\cancel{(s+4)}}{(2+s)(\lambda s+1)} \; \dfrac{2-s}{\cancel{(s+1)}\cancel{(s+4)}}}$$

$$= \frac{(s+1)(s+4)}{(s+2)(\lambda s+1) - 2 + s}$$

$$= \frac{(s+1)(s+4)}{\lambda s^2 + (2+\lambda)s + 2 - 2 + s} = \frac{(s+1)(s+4)}{\lambda s^2 + (\lambda+3)s} = \frac{(s+1)(s+4)}{s(\lambda s + (\lambda+3))}$$

Ολοκληρωτική δράση

E.

$$G(s) = \frac{2\left(1 - \frac{1}{2}s\right)}{4(s+1)\left(\frac{1}{4}s+1\right)} \simeq \frac{1}{2}\,\frac{e^{-\frac{1}{2}s}\,e^{-\frac{1}{8}s}}{\frac{9}{8}s+1} = \frac{1}{2}\,\frac{e^{-\frac{5}{8}s}}{\frac{9}{8}s+1}$$

$$G_{OL}(s) = K_c \cdot \frac{1}{2}\,\frac{e^{-\frac{5}{8}s}}{\frac{9}{8}s+1}$$

$$\angle G_{OL}(j\omega_{180^\circ}) = -\frac{5}{8}\omega_{180} - \tan^{-1}\left(\frac{9}{8}\omega_{180}\right) = -180^\circ = -\pi \text{ rad}$$

$$\omega_{180^\circ} = 2.98 \ \frac{\text{rad}}{s}$$

$$\left|G_{OL}(j\omega_{180^\circ})\right| = \frac{1}{2}\,\frac{K_c}{\sqrt{\left(\frac{9}{8}2.98\right)^2+1}} = \frac{1}{2}$$

$$K_c = \underline{3.49}$$