ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

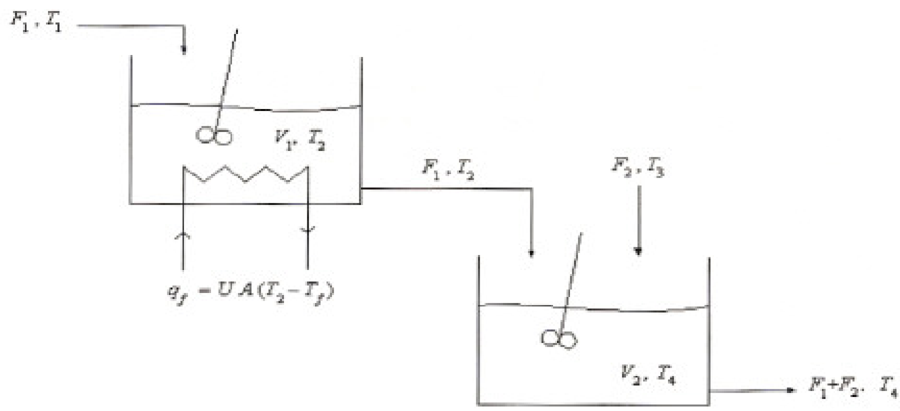
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ "ΡΥΘΜΙΣΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ"

Εξέταση Ιουλίου 2007

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ/ ΕΞΑΜΗΝΟ

ΕΡΩΤΗΜΑ 1 (80%). Δίνεται το σύστημα δύο δεξαμενών που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, όπου όλες οι ροές εισόδου και εξόδου καθώς και οι αποθηκευμένες ποσότητες είναι σε υγρή κατάσταση και περιλαμβάνουν ένα μόνο συγκεκριμένο συστατικό.



Θεωρείστε τις εξής παραδοχές:

α) Το υγρό είναι ασυμπίεστο. Η πυκνότητά του είναι σταθερή και ίση με ρ (Kg/m^3).

β) Επικρατεί τέλεια ανάδευση στις δύο δεξαμενές έτσι ώστε η θερμοκρασία του υγρού σε κάθε δεξαμενή να είναι ίση με τη θερμοκρασία του αντίστοιχου ρεύματος εξόδου.

γ) Η ειδική θερμότητα του υγρού είναι σταθερή και ίση με $C_p(\frac{KJ}{kg°C})$.

Η ογκομετρική παροχή εισόδου στην πρώτη δεξαμενή είναι σταθερή και ίση με F_1(m^3/min) ενώ επίσης ισούται με την ογκομετρική ροή εξόδου από την πρώτη δεξαμενή. Η θερμοκρασία του ρεύματος εισόδου στην πρώτη δεξαμενή είναι T_1 (°C), ενώ η θερμοκρασία του ρεύματος εξόδου είναι T_2 (°C). Λόγω της ροής ψυκτικού μέσου στην πρώτη δεξαμενή απάγεται θερμότητα με ρυθμό $q_f = UA(T_2 - T_f)$(σε $\frac{KJ}{\min}$), όπου το γινόμενο UA (συντελεστής εναλλαγής θερμότητας επί επιφάνεια εναλλαγής θερμότητας) είναι σταθερό και T_f είναι η θερμοκρασία του ψυκτικού μέσου.

Στη δεύτερη δεξαμενή εισέρχεται το ρεύμα εξόδου της πρώτης δεξαμενής ογκομετρικής παροχής F_1(m^3/min) και θερμοκρασίας T_2 (°C) και ένα επιπλέον ρεύμα του υγρού, ογκομετρικής παροχής F_2(m^3/min) (η οποία είναι σταθερή) και θερμοκρασίας T_3(°C). Η ογκομετρική ροή εξόδου από τη δεύτερη δεξαμενή είναι F_1+F_2(m^3/min) και η θερμοκρασία του ρεύματος εξόδου είναι T_4 (°C). Οι όγκοι του υγρού στις δύο δεξαμενές είναι σταθεροί και ίσοι με V_1(m^3) και V_2(m^3) αντίστοιχα.

α) Να προσδιορίσετε τις συναρτήσεις μεταφοράς ανάμεσα στις θερμοκρασίες T_1, T_3, T_f και τη θερμοκρασία T_4.

β) Ενώ το σύστημα βρίσκεται σε μόνιμη κατάσταση, εφαρμόζεται μοναδιαία βηματική επιβολή στη θερμοκρασία εισόδου T_1. Σε σχέση με τις παραμέτρους του προβλήματος (ρ, C_p, F_1, F_2, UA, V_1, V_2) να προσδιορίσετε τις περιπτώσεις στις οποίες η απόκριση της μεταβλητής εξόδου T_4 θα παρουσιάσει ταλαντωτική συμπεριφορά.

γ) Σχεδιάστε το διάγραμμα βαθμίδων του συστήματος κλειστού βρόχου θεωρώντας την μεταβλητή εισόδου T_f ως μεταβλητή εκ χειρισμού, τις μεταβλητές εισόδου T_1, T_3 ως μεταβλητές φορτίου (διαταραχές) και τη μεταβλητή εξόδου T_4 ως ρυθμιζόμενη μεταβλητή. Θεωρείστε αμελητέα τη δυναμική του αισθητήρα και τη δυναμική του στοιχείου τελικής ρύθμισης.

δ) Δίνονται οι ακόλουθες τιμές των παραμέτρων του προβλήματος: $\rho=1 Kg/m^3$, $C_p=2\dfrac{KJ}{kg°C}$, $F_1=2m^3/\min$ $F_2=1m^3/\min$, $UA=4\dfrac{KJ}{\min °C}$, $V_1=16m^3$, $V_2=3m^3$. Σχεδιάστε αναλογικό ρυθμιστή ώστε ο λόγος απόσβεσης του συστήματος κλειστού βρόχου (συνάρτηση μεταφοράς ανάμεσα στην επιθυμητή τιμή και τη θερμοκρασία T_4) να γίνει το ήμισυ του λόγου απόσβεσης του συστήματος ανοικτού βρόχου (συνάρτηση μεταφοράς ανάμεσα στη θερμοκρασία T_f και την T_4).

ε) Θεωρείστε τις ίδιες τιμές των παραμέτρων με αυτές του υποερωτήματος δ. Χρησιμοποιείστε PI ρυθμιστή $K(s)=K_c\left(1+\dfrac{1}{T_i s}\right)$. Ποια είναι η σχέση που πρέπει να ικανοποιούν οι παράμετροι βαθμονόμησης K_c, T_i ώστε να επιτυγχάνεται μηδενισμός της ρυθμιστικής απόκλισης όταν δίνεται βηματική επιβολή στην επιθυμητή τιμή της ρυθμιζόμενης μεταβλητής T_4;

ΕΡΩΤΗΜΑ 2 (20%). Η απόκριση της μεταβλητής εξόδου $y(t)$ ενός συστήματος σε μοναδιαία βηματική επιβολή στη μεταβλητή εισόδου $u(t)$ είναι: $y(t)=5-2e^{-3t}-3e^{-6t}$. Προσδιορίστε τη συνάρτηση μεταφοράς: $G(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}$. Ποιοι είναι οι πόλοι και ποιες οι μηδενικές θέσεις του συστήματος;

ΘΕΜΑ 1:

α) Ισοζύγιο ενέργειας στην πρώτη δεξαμενή

$$\rho V_1 c_p \frac{dT_2}{dt} = F_1 \rho c_p T_1 - UA(T_2 - T_f) - F_1 \rho c_p T_2$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{\rho V_1 c_p}{UA + F_1 \rho c_p}}_{\tau_1} \frac{dT_2}{dt} + T_2 = \underbrace{\frac{F_1 \rho c_p}{UA + F_1 \rho c_p}}_{K_1} T_1 + \underbrace{\frac{UA}{UA + F_1 \rho c_p}}_{K_2} T_f$$

Μετασχηματισμός Laplace

$$(\tau_1 s + 1) T_2 = K_1 T_1 + K_2 T_f \Rightarrow T_2 = \frac{K_1}{\tau_1 s + 1} T_1 + \frac{K_2}{\tau_1 s + 1} T_f \quad (1)$$

Ισοζύγιο ενέργειας στη δεύτερη δεξαμενή:

$$\cancel{\rho} V_2 \cancel{c_p} \frac{dT_4}{dt} = F_1 \cancel{\rho} \cancel{c_p} T_2 + F_2 \cancel{\rho} \cancel{c_p} T_3 - (F_1 + F_2) \cancel{\rho} \cancel{c_p} T_4 \Rightarrow$$

$$\underbrace{\frac{V_2}{F_1 + F_2}}_{\tau_2} \frac{dT_4}{dt} + T_4 = \underbrace{\frac{F_1}{F_1 + F_2}}_{K_3} T_2 + \underbrace{\frac{F_2}{F_1 + F_2}}_{K_4} T_3$$

Μετασχηματισμός Laplace

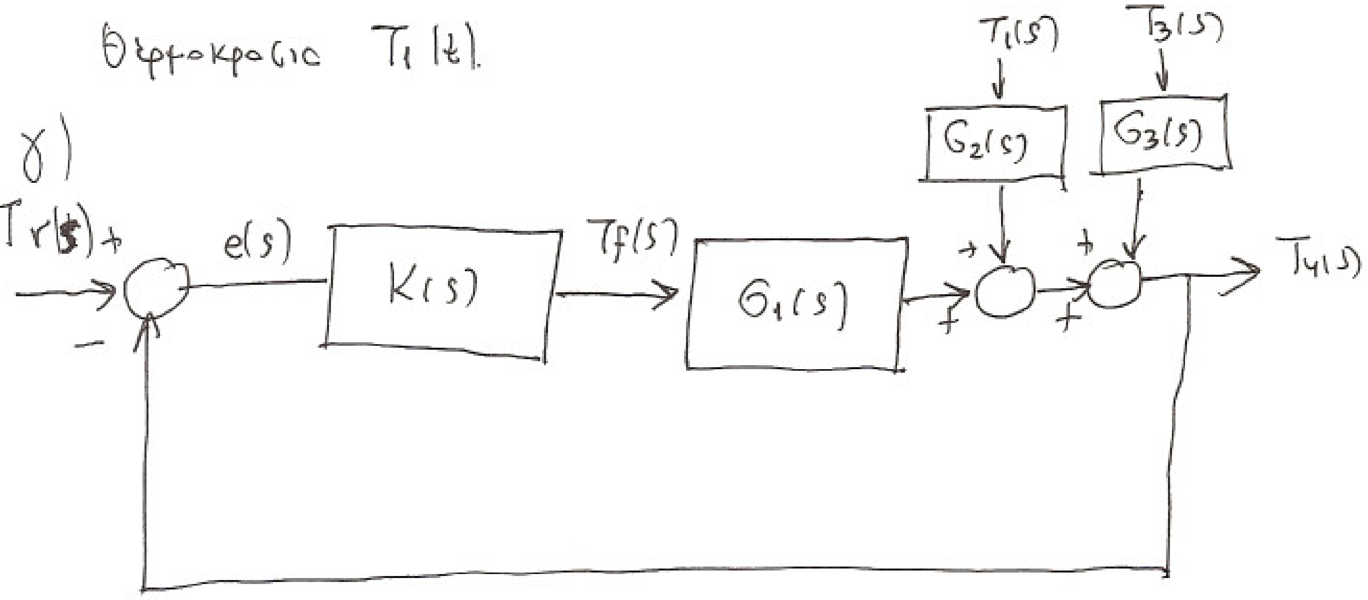
$$(\tau_2 s + 1) T_4 = K_3 T_2 + K_4 T_3 \Rightarrow T_4 = \frac{K_3}{\tau_2 s + 1} T_2 + \frac{K_4}{\tau_2 s + 1} T_3 \quad (2)$$

Από (1) και (2)

$$T_4 = \underbrace{\frac{K_1 K_3}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}}_{G_2 = \frac{T_4(s)}{T_1(s)}} T_1 + \underbrace{\frac{K_2 K_3}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}}_{G_1(s) = \frac{T_4(s)}{T_f(s)}} T_f + \underbrace{\frac{K_4}{\tau_2 s + 1}}_{G_3 = \frac{T_4(s)}{T_3(s)}} T_3$$

β) Η συνάρτηση μεταφοράς $G_2(s) = \frac{T_4(s)}{T_1(s)}$ έχει δύο πραγματικούς πόλους άρα σε καμία περίπτωση δε θα παρατηρηθεί ταλαντωτική συμπεριφορά στην απόκριση του $T_4(t)$ σε βηματική επιβολή στη θερμοκρασία $T_1(t)$.

γ)



δ) $K_2 = \frac{4}{4+4} = \frac{1}{2}$, $K_3 = \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3}$, $\tau_1 = \frac{16\times 3}{4+4} = 4$, $\tau_2 = \frac{3}{2+1} = 1$

Άρα $G_1(s) = \frac{K_2 K_3}{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)} = \frac{1/3}{(4s+1)(s+1)} = \frac{1/3}{4s^2+5s+1}$

Χαρακτηριστικός χρόνος $\tau_0 = \sqrt{4} = 2$ $\quad 2\zeta \tau_0 = 5 \Rightarrow \zeta = \frac{5}{4}$

Κλειστού βρόχου: $\frac{T_4(s)}{Tr(s)} = \frac{K(s)G_1(s)}{1+K(s)G_1(s)}$ $\quad K(s) = K$ $\quad \frac{\frac{\frac{1}{3}K}{4s^2+5s+1}}{1+\frac{1/3K}{4s^2+5s+1}} =$

$$= \frac{(1/3)K}{4s^2+5s+\left(1+\frac{K}{3}\right)} = \frac{\frac{1/3\,K}{1+K/3}}{\frac{4}{1+\frac{K}{3}}s^2+\frac{5}{1+\frac{K}{3}}s+1}$$

Χαρακτηριστικός χρόνος $\tau_c = \sqrt{\frac{4}{1+\frac{K}{3}}}$ $\quad 2\zeta\tau_c = \frac{5}{1+\frac{K}{3}}$

$\zeta = \frac{5}{8}$ (το ήμισυ του ζ ανοικτού βρόχου)

Άρα $2\,\frac{5}{8}\sqrt{\frac{4}{1+\frac{K}{3}}} = \frac{5}{1+\frac{K}{3}} \Rightarrow \boxed{K=9}$

ε) Γνωρίζουμε ότι λόγω της παρουσίας του ολοκληρωτικού στοιχείου θα επιτευχθεί μηδενισμός της ρυθμιστικής απόκλισης, αρκεί το σύστημα να είναι ευσταθές

Αν $K(s) = K_c\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$

$$\frac{T_4(s)}{T_r(s)} = \frac{K_c\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)\frac{1/3}{4s^2+5s+1}}{1+K_c\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)\frac{1/3}{4s^2+5s+1}} = \frac{K_c(T_i s+1)\,1/3}{4T_i s^3+5T_i s^2+\left(T_i+\frac{1}{3}K_cT_i\right)s+1/3K_c}$$

Εφαρμογή κριτηρίου Hurwitz

$$\begin{bmatrix} 5T_i & \frac{K_c}{3} & 0 \\ 4T_i & \left(T_i+\frac{1}{3}K_cT_i\right) & 0 \\ 0 & 5T_i & \frac{K_c}{3} \end{bmatrix}$$

Αρκεί $5T_i\left(T_i+\frac{1}{3}K_cT_i\right) - \frac{4}{3}T_iK_c > 0$

$\Rightarrow 5+\frac{5}{3}K_c - \frac{4}{3}\frac{K_c}{T_i} > 0$

$\Rightarrow \frac{4}{3}\frac{K_c}{T_i} - \frac{5}{3}K_c < 5$

$\Rightarrow 4\frac{K_c}{T_i} - 5K_c < 15$

$\Rightarrow \boxed{K_c\left(\frac{4}{T_i}-5\right) < 15}$

ΘΕΜΑ 2ο:

$L\{y(t)\} = Y(s) = G(s)\,U(s) = G(s)\frac{1}{s} \Rightarrow G(s) = s\,Y(s)$

$G(s) = s\left[\frac{5}{s} - \frac{2}{s+3} - \frac{3}{s+6}\right] = 6\,\frac{4s+15}{(s+3)(s+6)}$

Άρα μηδενικό θέση $-15/4$

πόλοι $-3, -6$.