ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Σχολή Χημικών Μηχανικών

Τομέας ΙΙ, Ανάλυσης, Σχεδιασμού & Ανάπτυξης Διεργασιών & Συστημάτων

Μονάδα Αυτόματης Ρύθμισης και Πληροφορικης

ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΣΤΟ CONTROL SYSTEM TOOLBOX ΤΟΥ MATLAB

Επιμέλεια:
Μονάδα Ρύθμισης και Πληροφορικής
Σχολή Χημικών Μηχανικών Ε.Μ.Π.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΔΕΞΑΜΕΝΩΝ ΜΕ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ

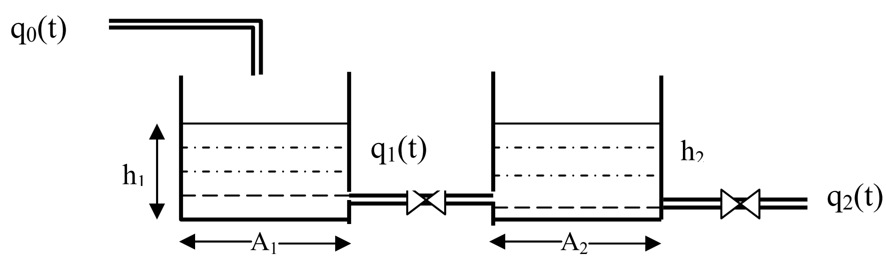
Θεωρούμε το σύστημα των δύο δεξαμενών με αλληλεπίδραση του σχήματος 1. Για το σύστημα αυτό θα διατυπώσουμε το μαθηματικό μοντέλο και θα μελετήσουμε τη δυναμική του συμπεριφορά κάνοντας χρήση του Control System Toolbox του Matlab.
Κατά τη μοντελοποίηση ενός συστήματος, πριν την καταγραφή των εξισώσεων που το διέπουν καλό είναι να κάνουμε κάποιες παραδοχές έτσι ώστε να απλοποιείται η διαδικασία. Στην προκειμένη περίπτωση θα υποθέσουμε ότι η ροή του υγρού είναι στρωτή ($N_{RE<2000}$) έτσι ώστε η σχέση που συνδέει το ρυθμό ροής του υγρού στο σωλήνα με το ύψος της στάθμης του υγρού στη δεξαμενή να είναι γραμμική. Επίσης κάνουμε την παραδοχή ότι η πυκνότητα του υγρού παραμένει σταθερή (ασυμπίεστο ρευστό).
Παρακάτω δίνονται τα ισοζύγια μάζας για τις δύο δεξαμενές:

$$\frac{d(A_1 h_1 \rho)}{dt} = q_0 \rho - q_1 \rho \qquad (1)$$

$$\frac{d(A_2 h_2 \rho)}{dt} = q_1 \rho - q_2 \rho \qquad (2)$$

όπου:

- A_1, A_2: οι διατομές των δεξαμενών 1 και 2 αντίστοιχα (m^2)
- h_1, h_2: το ύψος της στάθμης του υγρού στις δεσξαμενές 1 και 2 αντίστοιχα (m)
- ρ: η πυκνότητα του υγρού (m^3/kg) (σταθερή)
- q_0: ο ογκομετρικός ρυθμός εισροής του υγρού στη δεξαμενή 1 (m^3/sec)
- q_1: ο ογκομετρικός ρυθμός εκροής του υγρού από τη δεξαμενή 1 (m^3/sec)
- q_2: ο ογκομετρικός ρυθμός εικροής του υγρού από τη δεξαμενή 2 (m^3/sec)
- t: χρόνος (*sec*)



Ο ρυθμός ροής από τη δεξαμενή 1 στη δεξαμενή 2 δίνεται από τη σχέση:

$$q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1} \qquad (3)$$

Για το ρυθμό εκροής από τη δεύτερη δεξαμενή έχουμε:

$$q_2 = \frac{h_2}{R_2} \tag{4}$$

Αντικαθιστώντας τις (3), (4) στις (1) και (2) και λαμβάνοντας υπόψη τις παραδοχές που κάναμε στην αρχή, παίρνουμε:

$$A_1 \frac{dh_1}{dt} = q_0 - \frac{h_1 - h_2}{R_1} \tag{5}$$

$$A_2 \frac{dh_2}{dt} = \frac{h_1 - h_2}{R_1} - \frac{h_2}{R_2} \tag{6}$$

Ο μετασχηματισμός Laplace των δύο αυτών εξισώσεων δίνει:

$$T_1 s L\{H_1(t)\} = R_1 L\{Q_0(t)\} - L\{H_1(t)\} + L\{H_2(t)\} \tag{7}$$

$$T_2 s L\{H_2(t)\} = \frac{R_2}{R_1} L\{H_1(t)\} - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) L\{H_2(t)\} \tag{8}$$

όπου $H_1(t) = h_1(t)-h_{1,eq}$, $H_2(t) = h_2(t)-h_{2,eq}$, $q_0(t) = q_0(t)-q_{0,eq}$, $q_1(t) = q_1(t)-q_{1,eq}$, $q_2(t) = q_2(t)-q_{2,eq}$, οι μεταβλητές απόκλισης γύρω από την κατάσταση ισορροπίας.

Έτσι εάν θεωρήσουμε σαν είσοδο του συστήματος το ρυθμό εισροής στη δεξαμενή 1 ($Q_0(s)$) και σαν έξοδο το ύψος της στάθμης του υγρού στη δεξαμενή 2 ($H_2(s)$) , η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος είναι:

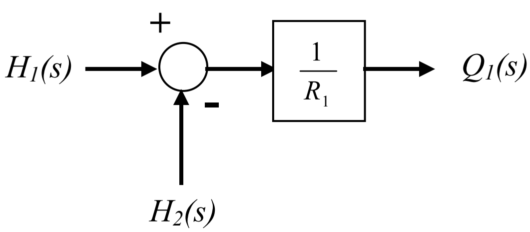
$$\frac{H_2(s)}{Q_0(s)} = \frac{R_2}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2 + T_{12})s + 1} \tag{9}$$

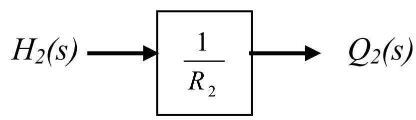
όπου $T_{12}=A_1R_2$.

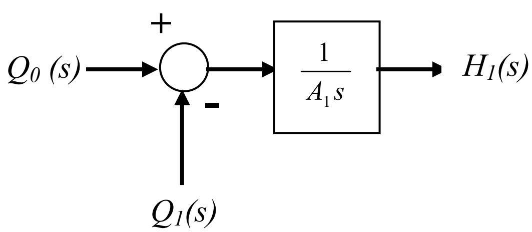
Αν θεωρήσουμε σαν έξοδο του συστήματος το ρυθμό εκροής από τη δεύτερη δεξαμενή, παίρνουμε:

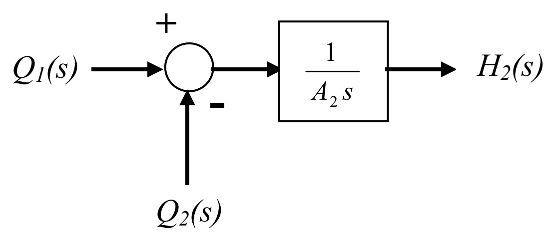
$$\frac{Q_2(s)}{Q_0(s)} = \frac{1}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2 + T_{12})s + 1} \tag{10}$$

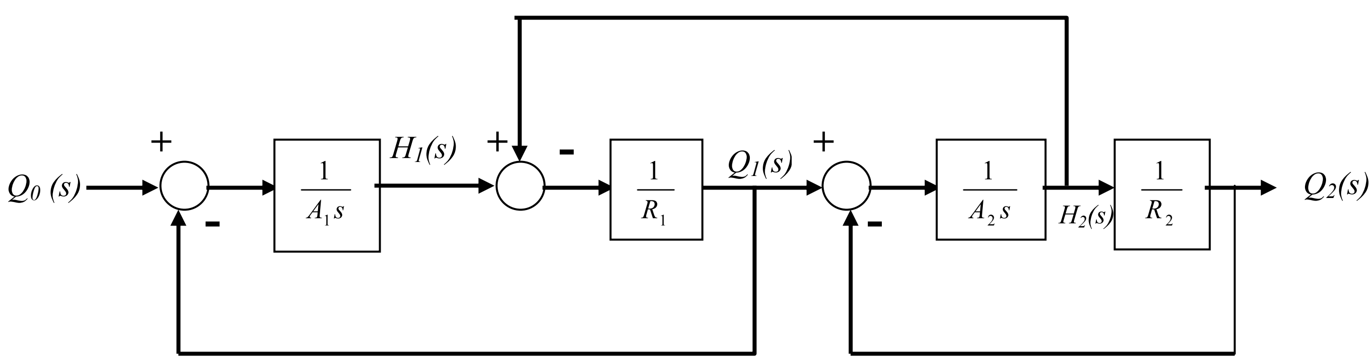
Τα παραπάνω αποτυπώνονται και στα στοιχεία του διαγράμματος βαθμίδων του συστήματος:

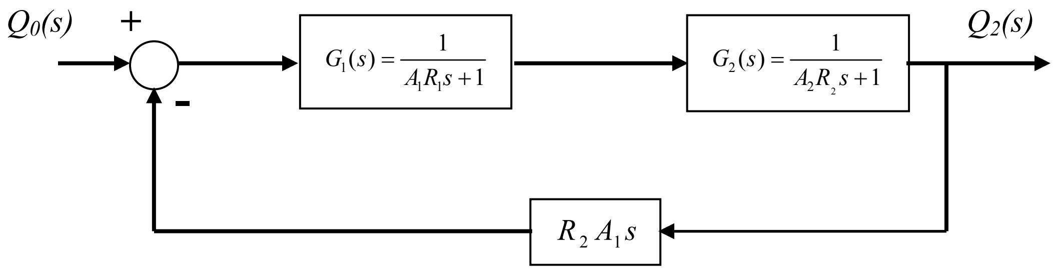

+
$H_1(s)$
-
$\frac{1}{R_1}$
$Q_1(s)$
$H_2(s)$


$H_2(s)$
$\frac{1}{R_2}$
$Q_2(s)$


+
$Q_0\ (s)$
-
$\frac{1}{A_1 s}$
$H_1(s)$
$Q_1(s)$


+
$Q_1(s)$
-
$\frac{1}{A_2 s}$
$H_2(s)$
$Q_2(s)$


$Q_0\ (s)$
+
-
$\frac{1}{A_1 s}$
$H_1(s)$
+
-
$\frac{1}{R_1}$
$Q_1(s)$
+
-
$\frac{1}{A_2 s}$
$H_2(s)$
$\frac{1}{R_2}$
$Q_2(s)$



Παρατηρούμε ότι προκύπτει ένα σύστημα 2ης τάξης, η συνάρτηση μεταφοράς του οποίου μπορεί να έλθει στη μορφή:

$$G(s)=\frac{K}{T^2s^2+2\zeta Ts+1} \tag{11}$$

με $T=\sqrt{T_1T_2}$ και $\zeta=\frac{T_1+T_2+T_{12}}{2\sqrt{T_1T_2}}$, όπου $T_{12}=R_2A_1$

1. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ CONTROL SYSTEM TOOLBOX

Στη συνέχεια θα δούμε πως μπορούμε να εισάγουμε το σύστημα αυτό στο Matlab υπό τη μορφή συναρτήσεως μεταφοράς και πώς μπορούμε να μελετήσουμε τη δυναμική συμπεριφορά αυτού.
Ας υποθέσουμε ότι οι διατομές των δύο δεξαμενών και οι αντιστάσεις των δύο βαλβίδων είναι γνωστά μεγέθη και ίσα με:

A_1=1 m^2
A_2=2 m^2
R_1=3 sec/m^2
R_2=1 sec/m^2

Εισάγουμε κατά τα γνωστά τις τιμές αυτές στο χώρο εργασίας (Workspace) του Matlab από το παράθυρο εντολών (Command Window). Στη συνέχεια υπολογίζουμε το χαρακτηριστικό χρόνο και το λόγο απόσβεσης:

```
>>T1=A1*R1
>>T2=A2*R2
>>T12=A1*R2
>>T=sqrt(T1*T2)
>>zhta=(T1+T2+T12)/(2*sqrt(T1*T2))
>>num=R2
>>den=[T1*T2 T1+T2+T12 1]
```

Κατά τα γνωστά, η ευστάθεια του συστήματος εξαρτάται από το πρόσημο των ριζών της χαρακτηριστικής εξίσωσης:

$$T^2s^2+2\zeta Ts+1=0 \tag{12}$$

Για να υπολογίζουμε τις ρίζες του πολυωνύμου στο Matlab, γράφουμε:
>>poles=roots(den)

Για σύστημα δευτέρου βαθμού θα πάρουμε σαν έξοδο το διάνυσμα poles διαστάσεων 2×1.

```
poles =
  -7.886751345948129e-001
  -2.113248654051871e-001
```

Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος εισάγεται στο Matlab με την εντολή sys=**tf**(num,den), όπου num είναι ο αριθμητής της συνάρτησης μεταφοράς και den είναι ο παρανομαστής.

>>sys=**tf**(num,den)

Στην έξοδο θα πάρουμε:

```
Transfer function:
      1
---------------
6 s^2 + 6 s + 1
```

Για να πάρουμε τις μηδενικές θέσεις, τις ρίζες και το συντελεστή ενίσχυσης της συνάρτησης μεταφοράς πληκτρολογούμε [z,p,k]=**tf2zp**(num,den). Για το παράδειγμα μας παίρνουμε:

```
z =
  Empty matrix: 0-by-1
p =
  -7.886751345948129e-001
  -2.113248654051871e-001
k =
   1.666666666666667e-001
```

Ένας άλλος τρόπος εισαγωγής συναρτήσεως μεταφοράς στο Matlab είναι με χρήση της εντολής sys=**zpk(**z,p,k), όπου με z,p,k συμβολίζονται οι μηδενικές τιμές (οι ρίζες του αριθμητή), οι πόλοι (οι ρίζες του παρανομαστή) και ο συντελεστής ενίσχυσης της συνάρτησης μεταφοράς.

>>sys_zpk=**zpk**(z, p, k)

Στην έξοδο θα πάρουμε την ίδια συνάρτηση μεταφοράς με αυτή της εντολής sys**=tf**(num,den):

```
Zero/pole/gain:
      0.16667
---------------------
(s+0.7887) (s+0.2113)
```

Στην περίπτωση που το σύστημα παρουσιάζει χρόνο υστέρησης (π.χ. διέλευση του ρευστού από αγωγό) τότε αυτή μπορεί να εισαχθεί στο Matlab με την εντολή **tf** ως κάτωθι:
>>sys=**tf**(num,den,’inputdelay’, tau)

όπου με tau συμβολίζεται ο χρόνος υστέρησης ή νεκρός χρόνος. Έτσι στην περίπτωση που θέλουμε να εισάγουμε χρόνο υστέρησης ίσο με 5 sec στο σύστημα των δύο αλληλεπιδρωσών δεξαμενών:

>> sys_tfdelay=**tf**(num,den,'inputdelay', 5)

Η συνάρτηση μεταφοράς που θα πάρουμε στην έξοδο θα είναι:

```
                    1
exp(-5*s) * ---------------
             6 s^2 + 6 s + 1
```

Το Control System Toolbox του Matlab μας δίνει τη δυνατότητα να πάρουμε ορισμένες πληροφορίες για το μοντέλο μας, με χρήση των παρακάτω εντολών:

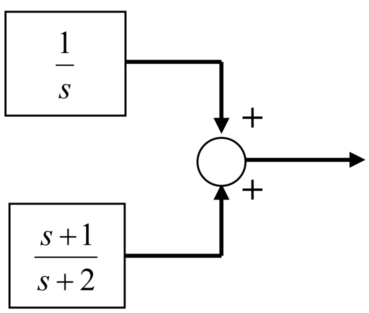
>>size_sys=**size**(sys)	Επιστρέφει ένα διάνυσμα 1×2 το πρώτο στοιχείο του οποίου είναι ο αριθμός εισόδων και το δεύτερο ο αριθμός εξόδων του μοντέλου, εν προκειμένω μία είσοδος και μία έξοδος
>>ndims_sys=**ndims**(sys)	Επιστρέφει τον αριθμό διαστάσεων του μοντέλου
>>delay_sys=**hasdelay**(sys)	Εξετάζει αν το σύστημα περιέχει νεκρό χρόνο. Επιστρέφει τον αριθμό **1** αν περιέχει και το **0** διαφορετικά
>>poles_sys=**pole**(sys)	Επιστρέφει τους πόλους του συστήματος, δηλαδή τις ρίζες της χαρακτηριστικής του εξίσωσης
>>zeros_sys=**zero**(sys)	Επιστρέφει τις μηδενικές θέσεις του συστήματος, δηλαδή τις ρίζες του αριθμητή της συναρτήσεως μεταφοράς
>>dcgain_sys=**dcgain**(sys)	Επιστρέφει το συντελεστή ενίσχυσης Κ του συστήματος

>>[p,z]=**pzmap**(sys) — Επιστρέφει τους πόλους και τις μηδενικές θέσεις του συστήματος. Αν χρησιμοποιηθεί χωρίς να οριστεί κάποια έξοδος (δηλ. pzmap(sys)) το Matlab μας δίνει γραφικά τους πόλους και τις μηδενικές θέσεις.

>> [r,p,k]=**residue**(num,den) — Αναλύει την κλασματική συνάρτηση σε άθροισμα μερικών κλασμάτων:

$$\frac{num(s)}{den(s)} = \frac{r_1}{s-p_1} + \frac{r_2}{s-p_2} + ... + \frac{r_n}{s-p_n} + k$$

Το Control System Toolbox έχει τη δυνατότητα να εκτελεί πράξεις μεταξύ συναρτήσεων μεταφοράς, διευκολύνοντας έτσι το έργο του χρήστη.
Το Matlab μπορεί να εκτελεί βασικές πράξεις με συναρτήσεις μεταφοράς κατά τον ίδιο τρόπο που εκτελεί πράξεις για βαθμωτά και διανυσματικά μεγέθη. Για παράδειγμα έστω ότι δύο βαθμίδες είναι παράλληλα συνδεδεμένες, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

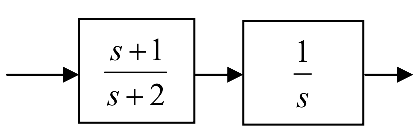


Ως γνωστό, όταν δύο βαθμίδες είναι συνδεδεμένες παράλληλα, το σήμα εξόδου ισούται με το άθροισμα των δύο επιμέρους σημάτων. Οπότε γράφουμε στο Matlab:
>>tf(1,[1 0])+tf([1 1],[1 2])
και παίρνουμε τη συνάρτηση μεταφοράς:

```
s^2 + 2 s + 2
-------------
  s^2 + 2 s
```

Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντολή **parallel**:
>>sys1= tf(1,[1 0])

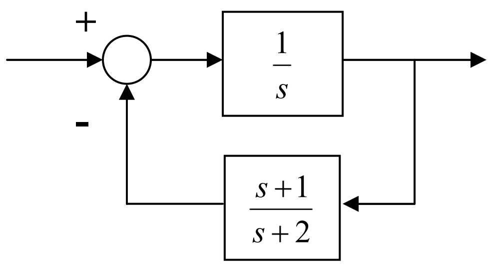
>>sys2= tf([1 1],[1 2])
>>sys=**parallel**(sys1,sys2)



Ως γνωστό, όταν δύο βαθμίδες είναι συνδεδεμένες σε σειρά, το σήμα εξόδου ισούται με το γινόμενο των δύο επιμέρους σημάτων:
>> tf(1,[1 0])*tf([1 1],[1 2])
Η συνάρτηση μεταφοράς που προκύπτει είναι:

```
s + 1
---------
s^2 + 2 s
```

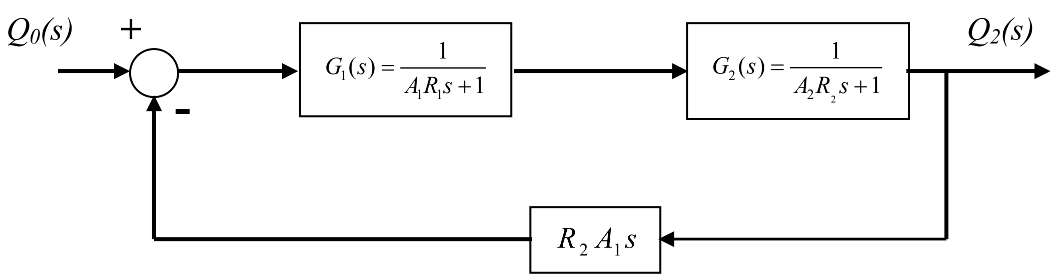
Εναλλακτικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντολή **series**:
>>sys1= tf(1,[1 0])
>>sys2= tf([1 1],[1 2])
>>sys=**series**(sys1,sys2)



Στην περίπτωση που έχουμε σύστημα κλειστού βρόγχου, για τον υπολογισμό της συνάρτησης μεταφοράς χρησιμοποιούμε την εντολή **feedback**:
>>sys_fb=**feedback**(sys1,sys2,-1)
Όπου το τρίτο όρισμα στην εντολή περιγράφει το πρόσημο της ανατροφοδότησης. Έτσι, παίρνουμε τη συνάρτηση μεταφοράς:

```
     s + 2
-------------
s^2 + 3 s + 1
```

Για το παράδειγμα των δύο δεξαμενών είδαμε ότι το διάγραμμα βαθμίδων μπορεί να πάρει την παρακάτω μορφή. Πως μπορούμε να υπολογίζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόγχου μεταξύ του ρυθμού εισροής στη δεξαμενή 1, $Q_0(s)$, και του ρυθμού εκροής από τη δεξαμενή 2, $Q_2(s)$, χρησιμοποιώντας το Matlab;



<u>Υπολογισμός της συνάρτησης μεταφοράς $Q_0(s)/ Q_2(s)$ από το διάγραμμα βαθμίδων</u>

>>syst1=tf(1,[T1 1]);
>>syst2=tf(1,[T2 1]);
>>sys3=tf([T12 0],1);
>>sysseries=series(syst1,syst2);
>>sysfb=feedback(sysseries,sys3,-1)

Η συνάρτηση μεταφοράς που παίρνουμε είναι:

```
       1
---------------
6 s^2 + 6 s + 1
```

2. ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ CONTROL SYSTEM TOOLBOX

Αφού έχουμε μοντελοποιήσει το δυναμικό σύστημα υπό μορφή συνάρτησης μεταφοράς και το έχουμε εισάγει στο χώρο εργασίας, το Matlab μας δίνει τη δυνατότητα να αναλύσουμε τη δυναμική του συμπεριφορά και να εξάγουμε χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με την ευστάθειά του. Έτσι μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά τη δυναμική απόκριση του συστήματος σε βηματική, παλμική και οποιουδήποτε άλλου είδους επιβολή επιθυμούμε.

2.1 Ανάλυση δυναμικών συστημάτων στο πεδίο του χρόνου

Οι παρακάτω εντολές όταν χρησιμοποιηθούν χωρίς να ορίσουμε κάποια έξοδο, μας δίνουν απευθείας την καμπύλη της δυναμικής απόκρισης στο πεδίο του χρόνου σε συνήθεις μεταβολές του σήματος εισόδου:

step(sys)	Διάγραμμα απόκρισης δυναμικού συστήματος σε βηματική επιβολή
impulse(sys)	Διάγραμμα απόκρισης δυναμικού συστήματος σε παλμική επιβολή
[u,t]=**gensig**(type,tau)	Παράγει το βαθμωτό σήμα *u* με περίοδο *tau*. Οι ακόλουθοι τύπο σήματος είναι διαθέσιμοι: **'sin'** Ημιτονικό σήμα **'square'** Τετραγωνικό σήμα **'pulse'** Παλμικό σήμα

lsim(sys,u,t)	Διάγραμμα απόκρισης δυναμικού συστήματος σε οποιαδήποτε επιβολή καθορίσουμε. Για παράδειγμα αν θέλουμε την απόκριση του συστήματος σε ημιτονοειδή επιβολή, γράφουμε στο Matlab:
	t = 0:0.01:5;
	u = sin(t);
	lsim(sys,u,t)

Οι εντολές αυτές είναι χρήσιμες για μία πρώτη ανάλυση ευστάθειας του συστήματος. Ωστόσο δεν παράγουν δεδομένα. Στην περίπτωση που θέλουμε να πάρουμε δεδομένα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η παρακάτω σύνταξη:

[y,t]=**step**(sys)	Δίνει στην έξοδο το διάνυσμα y της απόκρισης της εξόδου του συστήματος και το διάνυσμα του χρόνου t

2.2 Ανάλυση δυναμικών συστημάτων στο πεδίο των συχνοτήτων

Η συχνοτική απόκριση χρησιμοποιείται ευρέως τόσο για την ανάλυση ευστάθειας δυναμικών συστημάτων όσο και για το σχεδιασμό ρυθμιστών. Περιγράφει την απόκριση του συστήματος σε ημιτονοειδή είσοδο συχνότητας ω. Ένα από τα πιο σημαντικά εργαλεία της ανάλυσης στο πεδίο των συχνοτήτων είναι οι καμπύλες Bode. Οι καμπύλες αυτές μας δείχνουν την εξάρτηση του λόγου των ευρών $\left(\left|G(j\omega)\right|\right)$ και της διαφοράς φάσης $\left(< G(j\omega)\right)$ από τη συχνότητα ω (ανεξάρτητη μεταβλητή). Οι καμπύλες Bode μας δίνουν πληροφορίες για την ευστάθεια, τη σχετική ευστάθεια και χρησιμοποιούνται στο σχεδιασμό ρυθμιστών. Η σύνταξη της εντολής **bode** μπορεί να πάρει τις παρακάτω μορφές:

bode(sys)	Διάγραμμα της συχνοτικής απόκρισης Bode (καμπύλες λόγου ευρών σε dB και διαφοράς φάσης σε μοίρες). Το διάνυσμα των συχνοτήτων επιλέγεται αυτόματα. Για να μετατρέψουμε από dB σε απόλυτες τιμές κάνουμε δεξί κλικ πάνω στο σχήμα και επιλέγουμε επιλέγουμε: Properties $\rightarrow$ Units $\rightarrow$ Magnitude in absolute
bode(sys,w)	Διάγραμμα συχνοτικής απόκρισης Bode για το καθορισμένο από το χρήστη διάνυσμα συχνοτήτων
[mag,phase,w]=**bode**(sys)	Επιστρέφει το λόγο των ευρών και τη φάση ως διανύσματα στήλες και αυτόματα επιλέγει τα σημεία των συχνοτήτων.

Χρησιμοποιώντας την εντολή margin παίρνουμε τα περιθώρια ενίσχυσης και φάσης:
>>[Gm,Pm,wcg,wcp]=**margin**(mag,phase,w)

Τα ορίσματα της εντολής margin είναι τα διανύσματα λόγου των ευρών, φάσης και συχνοτήτων που προκύπτουν από την εντολή bode. Σαν έξοδο παίρνουμε το περιθώριο ενίσχυσης (Gm) και φάσης (Pm) και τις αντίστοιχες συχνότητες. Κατά τα γνωστά, το περιθώριο ενίσχυσης ορίζεται ως το αντίστροφο του λόγου των ευρών στη συχνότητα για την οποία φ=-180^0 $\left(< G(j\omega) = -180^0\right)$. Το περιθώριο φάσης ορίζεται ως $Pm =< G(j\omega_c) + 180^0$, όπου με ω_c συμβολίζεται η συχνότητα για την οποία ο λόγος των ευρών γίνεται ίσος με τη μονάδα $\left(\left|G(j\omega_c)\right| = 1\right)$. Για να είναι ένα σύστημα ευσταθές θα πρέπει το περιθώριο ενίσχυσης να είναι μεγαλύτερο της μονάδας.

Εναλλακτικά μπορούμε να αναλύσουμε τη δυναμική απόκριση συστημάτων χρησιμοποιώντας τον LTI Viewer, ένα πολύ χρήσιμο και εύχρηστο εργαλείο του Control System Toolbox.
Για να ενεργοποιήσουμε τον LTI Viewer πληκτρολογούμε στο παράθυρο εντολών:
>>**ltiview**

Στη συνέχεια επιλέγουμε File→Import… και το σύστημα το οποίο θέλουμε να αναλύσουμε. Σημειώνεται ότι το σύστημα αυτό πρέπει να υπάρχει είτε στο χώρο εργασίας είτε αποθηκευμένο ως mat-file. Αμέσως μόλις επιλέξουμε το σύστημα, παρατηρούμε ότι το LTI viewer έχει παραστήσει γραφικά την απόκριση του σε βηματική επιβολή.

Κάνοντας δεξί κλικ πάνω στο σχήμα και επιλέγοντας characteristics μπορούμε να δούμε πάνω στο διάγραμμα ορισμένα χαρακτηριστικά του συστήματος όπως το χρόνο ανυψώσεως (rise time), κλπ. Ακόμα, μπορούμε να μεταβάλλουμε τα χαρακτηριστικά του διαγράμματος (όρια αξόνων, ορισμός του χρόνου ανυψώσεως, κλπ) κάνοντας δεξί κλικ και επιλέγοντας properties. Επίσης κάνοντας δεξί κλικ και επιλέγοντας plot types μπορούμε να δούμε την απόκριση του συστήματος και σε άλλες επιβολές, καθώς και τα διαγράμματα Bode, Nyquist και Nichols.