ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ "ΡΥΘΜΙΣΗ ΔΙΕΡΓΑΣΙΩΝ"
Εξέταση Ιουλίου 2008

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ/ ΕΞΑΜΗΝΟ

ΕΡΩΤΗΜΑ 1 (70%). Η παρακάτω διαφορική εξίσωση περιγράφει τη δυναμική απόκριση της θερμοκρασίας του ρεύματος εξόδου T σε έναν αντιδραστήρα. Στον αντιδραστήρα εισέρχονται δύο αντιδρώντα με διαφορετικά ρεύματα εισόδου.

$$\frac{dT}{dt} = 5F_P T_P - 5F_P T + 0.25F_N T_N - 0.25F_N T + 4R$$

Οι μεταβλητές που εμφανίζονται στη διαφορική εξίσωση είναι οι ακόλουθες:
Ροή μάζας του πρώτου ρεύματος εισόδου, F_P
Ροή μάζας του δεύτερου ρεύματος εισόδου, F_N
Θερμοκρασία του πρώτου ρεύματος εισόδου, T_P
Θερμοκρασία του δεύτερου ρεύματος εισόδου, T_N
Ταχύτητα περιστροφής του αναδευτήρα, R
Η θερμοκρασία T είναι σε °C και ο χρόνος t σε ώρες.

A1) Γραμμικοποιείστε την παραπάνω διαφορική εξίσωση γύρω από το σημείο ισορροπίας που προκύπτει για τις ακόλουθες τιμές των μεταβλητών εισόδου: F_P=3.46 kg/s, F_N=25 kg/s, T_P=256 °C, T_N=280°C, R=100 rpm (στη συνέχεια αυτό θα αναφέρεται ως αρχικό σημείο ισορροπίας). Προσδιορίσετε τις συναρτήσεις μεταφοράς ανάμεσα στις μεταβλητές εισόδου F_P ,F_N ,T_P ,T_N ,R και τη μεταβλητή εξόδου T.
A2) Το σύστημα βρίσκεται στο αρχικό σημείο ισορροπίας και σε χρόνο μηδέν δίνεται βηματική επιβολή ύψους 50rpm στην ταχύτητα περιστροφής του αναδευτήρα R, ενώ όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές εισόδου παραμένουν σταθερές. Να υπολογίσετε τον χρόνο στον οποίο η απόκλιση της θερμοκρασίας εξόδου T από το αρχικό σημείο ισορροπίας θα φτάσει το 95% της τελικής της τιμής.
A3) Το σύστημα βρίσκεται στο αρχικό σημείο ισορροπίας και σε χρόνο μηδέν δίνεται βηματική επιβολή ύψους 20°C στη θερμοκρασία T_N, ενώ όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές εισόδου παραμένουν σταθερές. Να υπολογίσετε την τελική τιμή της θερμοκρασίας εξόδου T.
Στόχος μας στη συνέχεια είναι η ρύθμιση της θερμοκρασίας του ρεύματος εξόδου T χρησιμοποιώντας την ταχύτητα περιστροφής του αναδευτήρα, R, ως μεταβλητή εκ χειρισμού, ενώ όλες οι υπόλοιπες μεταβλητές θα θεωρηθούν ως μεταβλητές φορτίου.
B1) Σχεδιάστε το διάγραμμα βαθμίδων του συστήματος, θεωρώντας αμελητέα τη δυναμική του τελικού στοιχείου ρύθμισης. Τοποθετείστε όμως στο διάγραμμα τη βαθμίδα H(s) που αντιστοιχεί στη συνάρτηση μεταφοράς του αισθητήρα. Σημειώστε στο διάγραμμα τις συγκεκριμένες συναρτήσεις μεταφοράς όλων των βαθμίδων εκτός από αυτή του ρυθμιστή που θα συμβολίσετε με K(s) και του αισθητήρα που σύμφωνα με τα παραπάνω θα συμβολίσετε με H(s).
B2) Θεωρείστε H(s)=1. Το σύστημα ρυθμίζεται με P-ρυθμιστή. Προσδιορίστε το συντελεστή ενίσχυσης K_c ώστε να σε περίπτωση μοναδιαίας βηματικής επιβολής στην επιθυμητή τιμή, η ρυθμιστική απόκλιση σε μόνιμη κατάσταση να είναι ίση με 0.1.

B3) Θεωρείστε και πάλι H(s)=1. Χρησιμοποιείστε PI ρυθμιστή $K(s)=K_c\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)$, διατηρώντας όμως το συντελεστή ενίσχυσης που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα. Να προσδιορίσετε το χρόνο μετενεργοποίησης ώστε στο σύστημα κλειστού βρόχου που προκύπτει ο λόγος απόσβεσης να είναι 0.7.

B4) Θεωρείστε τώρα $H(s)=\frac{1}{T_H s+1}$. Χρησιμοποιώντας PI ρυθμιστή με ακριβώς τη βαθμονόμηση που προέκυψε ως αποτέλεσμα στο προηγούμενο υποερώτημα, υπολογίστε το εύρος τιμών της σταθεράς χρόνου T_H για το οποίο το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ευσταθές.

ΕΡΩΤΗΜΑ 2 (30%). Για τη ρύθμιση του συστήματος που περιγράφεται από την ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς:

$$G(s)=\frac{2e^{-0.25s}}{s+1}$$

χρησιμοποιείται PI ρυθμιστής $K(s)=K_c\left(1+\frac{1}{s}\right)$. Υπολογίστε το συντελεστή ενίσχυσης K_c και το περιθώριο ενίσχυσης όταν το περιθώριο φάσης είναι 40°.

ΕΡΩΤΗΜΑ 1

A1)

$$\frac{dT}{dt} = \underbrace{5F_p T_p - 5F_p T + 0.25 F_N T_N - 0.25 F_N T + 4R}_{f}$$

$$f(T_{p,s}, F_{p,s}, T_{N,s}, F_{N,s}, R_s, T_s) = 0 \Rightarrow T_s = 279.35$$

$$\frac{\partial f}{\partial F_p} = 5T_{p_s} - 5T_s = -116.773$$

$$\frac{\partial f}{\partial F_N} = 0.25\, T_{N_s} - 0.25\, T_s = 0.1614$$

$$\frac{\partial f}{\partial T_p} = 5F_{p_s} = 17.3$$

$$\frac{\partial f}{\partial T_N} = 0.25 F_{N_s} = 6.025$$

$$\frac{\partial f}{\partial T} = -5F_{p_s} - 0.25 F_{N_s} = -23.55$$

$$\frac{\partial f}{\partial R} = 4$$

$$\frac{T(s)}{F_p(s)} = \frac{-116.773}{s+23.55} \qquad \frac{T(s)}{F_N(s)} = \frac{0.1614}{s+23.55}, \qquad \frac{T_p(s)}{T_p(s)} = \frac{17.3}{s+23.55}$$

$$\frac{T(s)}{T_N(s)} = \frac{6.25}{s+23.55} \qquad \frac{T(s)}{R(s)} = \frac{4}{s+23.55}$$

A2) $$T(s) = \frac{4}{s+23.55}\,\frac{50}{s} = 8.5\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s+23.55}\right)$$

$$T(t) = 8.5\left(1 - e^{-23.55t}\right)$$ Τ Σε μόνιμη κατάσταση $\lim_{t\to\infty} T = 8.5$

$$95\%\ 8.5 = 8.5\left(1 - e^{-23.55t}\right) \Rightarrow \boxed{t = 0.127h}$$

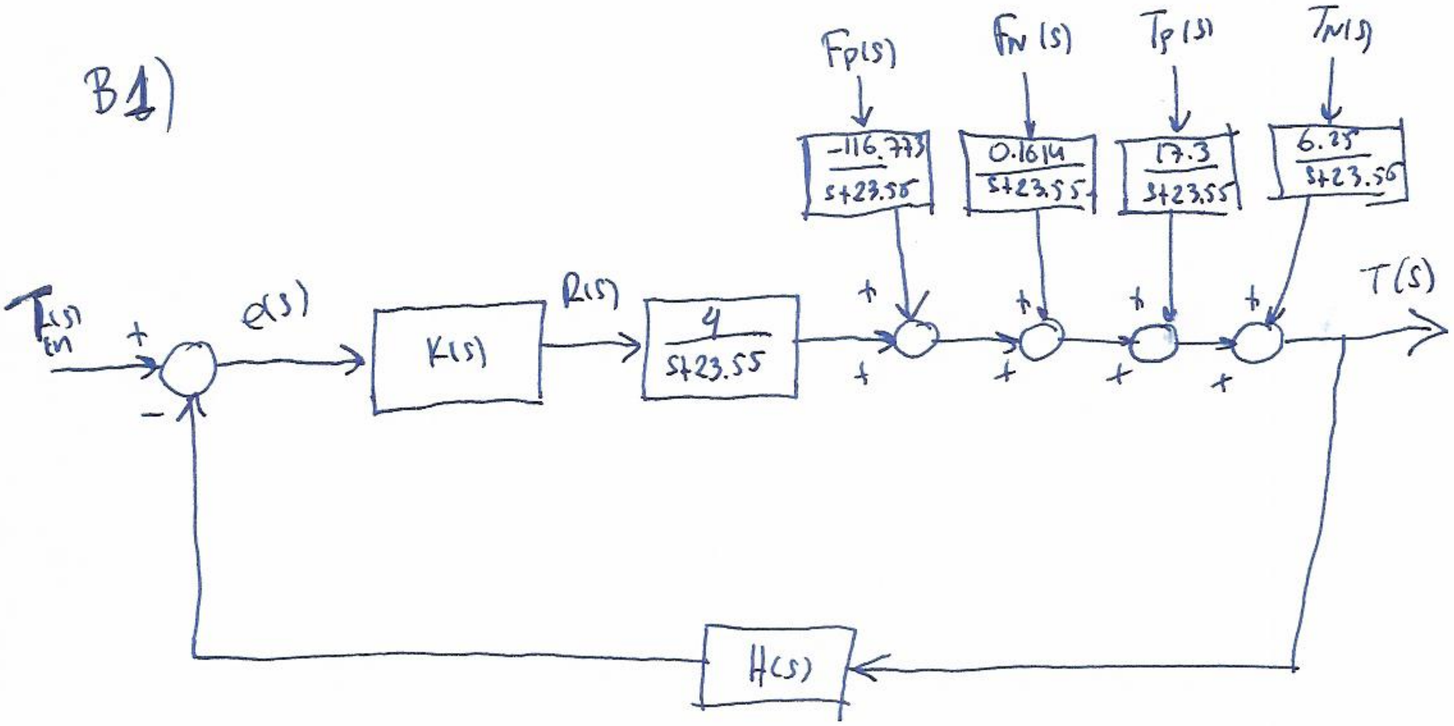
A3) $T(s) = \dfrac{6.25}{s+23.55} \dfrac{(+20)}{s}$

Από ΘΤΤ $\lim_{t\to\infty} T(t) = +5.3°C$

Η πραγματική τιμή της θερμοκρασίας σε μόνιμη κατάσταση θα είναι:

$279.35°C + 5.3°C = 284.65°C$

B1)



B2) $\dfrac{e(s)}{T_{en}(s)} = \dfrac{1}{1 + K_c \dfrac{4}{s+23.55}} = \dfrac{s+23.55}{s+23.55+4K_c}$

Όταν $T_{en}(s) = \dfrac{1}{s}$ $\quad e(s) = \dfrac{s+23.55}{s+23.55+4K_c}\dfrac{1}{s}$

Από ΘΤΤ $\lim_{t\to\infty} e(t) = \dfrac{23.55}{23.55+4K_c}$

$\dfrac{23.55}{23.55+4K_c} = 0.1 \Rightarrow K_c = 52.99$

B3) Χαρακτηριστική εξίσωση κλειστού βρόχου

$$52.99\left(1+\frac{1}{T_i s}\right)\frac{4}{s+23.55}=-1$$

Έστω $a=1/T_i$

$$52.99\left(1+\frac{a}{s}\right)\frac{4}{s+23.55}=-1$$

$$52.99\left(\frac{s+a}{s}\right)\frac{4}{s+23.55}=-1 \Rightarrow s^2+(23.55+211.96)s+211.96a=0$$

$$\Rightarrow \frac{s^2}{211.96a}+\frac{235.51}{211.96a}+1=0$$

$$T^2=\frac{1}{211.96a} \qquad 2\zeta T=\frac{235.51}{211.96a}$$

$$4\zeta^2\left(\frac{1}{211.96a}\right)=\left(\frac{235.51}{211.96a}\right)^2 \Rightarrow a=133.5$$

Άρα $\boxed{T_i=\frac{1}{133.5}}$

Β4) Χαρακτηριστική εξίσωση κλειστού βρόχου:

$$52.99\left(1+\frac{133.5}{s}\right)\left(\frac{4}{s+23.55}\right)\left(\frac{1}{T_H s+1}\right)=-1$$

$$211.96\,(s+133.5)+s\,(s+23.55)\,(T_H s+1)=0$$

$$T_H s^3+(23.55\,T_H+1)\,s^2+235.51\,s+28297=0$$

Routh

$23.55\,T_H+1$	28297	0
T_H	235.51	0
0	$23.55\,T_H+1$	28297

$$(23.55\,T_H+1)\,235.51-28297\,T_H>0$$

$$22750\,T_H<235.51$$

$$T_H<0.01$$

ΕΡΩΤΗΜΑ 2

$$\frac{2e^{-0.25s}}{s+1} K_c\left(1+\frac{1}{s}\right)$$

$$\frac{2e^{-0.25s}}{\cancel{s+1}} K_c\left(\frac{\cancel{s+1}}{s}\right)$$

$$2K_c \frac{e^{-0.25s}}{s} \qquad 2K_c\frac{e^{-0.25j\omega}}{j\omega} = G(j\omega)$$

Περιθώριο φάσης 40°. Συχνότητα ω_0 στην οποία η γωνία γίνεται −140°.

$$-0.25\omega_0 - 90^\circ = -140^\circ$$

$$-0.25\omega_0 = -50^\circ \Rightarrow \omega_0 = \frac{200^\circ}{s}$$

$$\omega_0 = 3.488\ \frac{rad}{s}$$

Στη συχνότητα ω_0 το μέτρο $|G(j\omega_0)| = 1$

Άρα $\frac{2K_c}{\omega_0} = 1 \Rightarrow K_c = \frac{\omega_0}{2} = \boxed{1.744}$

Συχνότητα στην οποία η γωνία γίνεται −180°.

$$-0.25\omega_1 - 90^\circ = -180$$

$$-0.25\,\omega_1 = 90^\circ \Rightarrow \omega_1 = 6.28\ \frac{rad}{s}$$

Το μέτρο είναι $\frac{2\cdot 1.744}{6.28} = 0.555$

και το περιθώριο ενίσχυσης $\boxed{1.8}$