

Βαθμονόμηση PID Ρυθμιστών

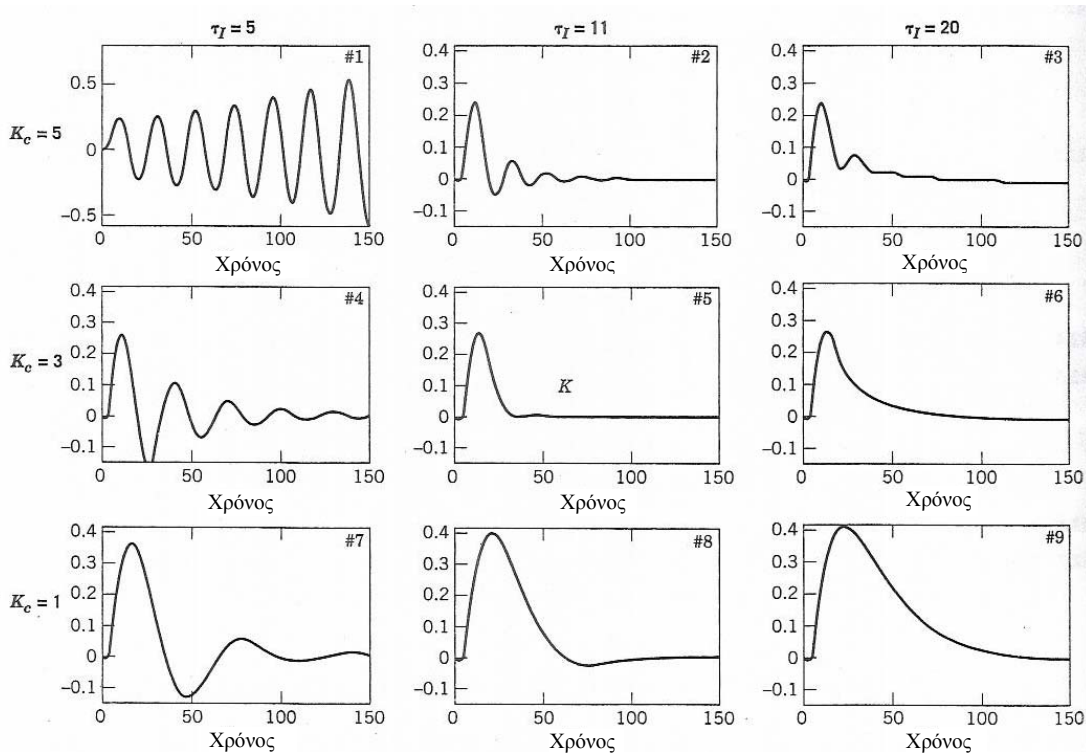
Η βαθμονόμηση του ρυθμιστή επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την ευστάθεια του συστήματος κλειστού βρόχου. Για τα περισσότερα προβλήματα ρύθμισης, το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ευσταθές για μεγάλο εύρος τιμών βαθμονόμησης του ρυθμιστή. Κατά συνέπεια, υπάρχει η δυνατότητα επιλογής κατάλληλων τιμών των παραμέτρων του ρυθμιστή, ώστε να επιτυγχάνεται η επιθυμητή απόδοση του συστήματος ρύθμισης.

Η σημασία της βαθμονόμησης του ρυθμιστή γίνεται εμφανής, αν θεωρήσουμε το σύστημα κλειστού βρόχου που αποτελείται από το μοντέλο πρώτης τάξης με νεκρό

χρόνο $G(s) = \frac{1}{20s+1} e^{-4s}$ και PI ρυθμιστή. Τα αποτελέσματα που περιλαμβάνονται

στο Σχήμα 1 παρουσιάζουν την απόκριση του συστήματος στην περίπτωση που δίνεται μοναδιαία βηματική επιβολή στη διαταραχή. Συγκεκριμένα μελετώνται εννέα συνδυασμοί της ενίσχυσης K_c και του χρόνου μετενεργοποίησης τ_I . Όσο αυξάνεται το K_c ή μειώνεται το τ_I η απόκριση στην βηματική διαταραχή γίνεται πιο απότομη. Η απόκριση που αντιστοιχεί στο ρυθμιστή 1 είναι ασταθής, ενώ η καλύτερη απόκριση αντιστοιχεί στο ρυθμιστή 5.

Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν ποικίλες μέθοδοι σχεδιασμού ρυθμιστών και σχέσεις για την βαθμονόμηση PID ρυθμιστών βασισμένες σε μοντέλα συναρτήσεων μεταφοράς και κριτήρια που έχουν σχέση με τη δυναμική απόκριση.



Σχ. 1 Αποκρίσεις σε μοναδιαίες βηματικές μεταβολές για τους υπονηήφιους ρυθμιστές (μοντέλο πρώτης τάξης με καθυστέρηση : $K = 1$, $\theta = 4$, $\tau = 20$).

1. ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΚΑΛΗΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΓΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

Ο στόχος της χρησιμοποίησης ενός συστήματος ρύθμισης με ανατροφοδότηση είναι να διασφαλίσει ότι το σύστημα κλειστού βρόχου έχει την επιθυμητή δυναμική συμπεριφορά (απόκριση του συστήματος ως συνάρτηση του χρόνου) αλλά και καλή στατική συμπεριφορά. Στην ιδανική περίπτωση, θα θέλαμε το σύστημα κλειστού βρόχου να ικανοποιεί τα ακόλουθα κριτήρια απόδοσης:

- A. Ευστάθεια του συστήματος κλειστού βρόχου.
- B. Ελαχιστοποίηση των συνεπειών των διαταραχών (*απόρριψη διαταραχών*).
- Γ. Επίτευξη γρήγορων και ομαλών αποκρίσεων στις αλλαγές της επιθυμητής τιμής της ρυθμιζόμενης μεταβλητής (*παρακολούθηση της επιθυμητής τιμής*).
- Δ. Μηδενικό σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση.
- E. Αποφυγή υπερβολικών και απότομων ρυθμιστικών κινήσεων
- ΣΤ. Ευρωστία, δηλαδή το σύστημα κλειστού βρόχου δεν πρέπει να είναι ευαίσθητο σε αλλαγές των συνθηκών της διεργασίας και σε σφάλματα του μοντέλου της διεργασίας.

Σε συνηθισμένες εφαρμογές ρύθμισης, δεν είναι δυνατό να επιτυγχάνονται όλοι οι στόχοι ταυτόχρονα, γιατί κάποιοι στόχοι είναι αντικρουόμενοι. Πρέπει όμως να επιτυγχάνεται ισορροπία ανάμεσα σε δύο σημαντικούς στόχους, την *απόδοση* και την *ευρωστία*. Ένα σύστημα ρύθμισης παρουσιάζει ικανοποιητικό βαθμό *απόδοσης* αν παρέχει γρήγορη και ομαλή απόκριση σε αλλαγές της επιθυμητής τιμής και των διαταραχών με μικρή ή και καθόλου ταλάντωση. Ένα σύστημα ρύθμισης είναι *εύρωστο* αν παρέχει ικανοποιητική *απόδοση* για μια μεγάλη κλίμακα συνθηκών της διεργασίας και στην συνηθισμένη περίπτωση παρουσίας σφαλμάτων στο μοντέλο της διεργασίας. Η ευρωστία μπορεί να επιτευχθεί επιλέγοντας μια συντηρητική βαθμονόμηση του ρυθμιστή (τυπικά, μικρές τιμές του K_c και μεγάλες τιμές του τ_I), αλλά αυτή η επιλογή τείνει να οδηγεί σε χαμηλά επίπεδα απόδοσης. Έτσι οι συντηρητικές ρυθμιστικές κινήσεις του ρυθμιστή θυσιάζουν μέρος της καλής απόδοσης ώστε να επιτύχουν τη ζητούμενη ευρωστία.

Για τους PID ρυθμιστές πρέπει να επιτευχθεί και ένα άλλο είδος ισορροπίας που έχει να κάνει με το γεγονός ότι οι ρυθμίσεις που επιτυγχάνουν άριστη απόρριψη των διαταραχών ενδέχεται να παράγουν μεγάλες διακυμάνσεις σε αλλαγές της επιθυμητής τιμής. Από την άλλη, αν οι παράμετροι του ρυθμιστή έχουν επιλεγεί με τρόπο που να παρέχουν άριστη παρακολούθηση της επιθυμητής τιμής, οι αποκρίσεις στις διαταραχές μπορεί να είναι αργές. Έτσι, για τους PID ρυθμιστές υπάρχει ένας συμβιβασμός μεταξύ καλύτερης παρακολούθησης της επιθυμητής τιμής και καλύτερης απόρριψης των διαταραχών. Ευτυχώς αυτός ο συμβιβασμός μπορεί να αποφευχθεί χρησιμοποιώντας *ρυθμιστή με δυο βαθμούς ελευθερίας*, όπως θα εξηγηθεί στη συνέχεια.

Η βαθμονόμηση ενός PID ρυθμιστή μπορούν να γίνει με μια σειρά από εναλλακτικές τεχνικές:

1. Μέθοδο Άμεσης Σύνθεσης (Direct Synthesis, DS)
2. Μέθοδο Ρύθμισης Εσωτερικού Μοντέλου (Internal Model Control, IMC)
3. Σχέσεις Βαθμονόμησης Ρυθμιστή

4. Βαθμονόμηση σε πραγματικό χρόνο μετά την εγκατάσταση του συστήματος ρύθμισης

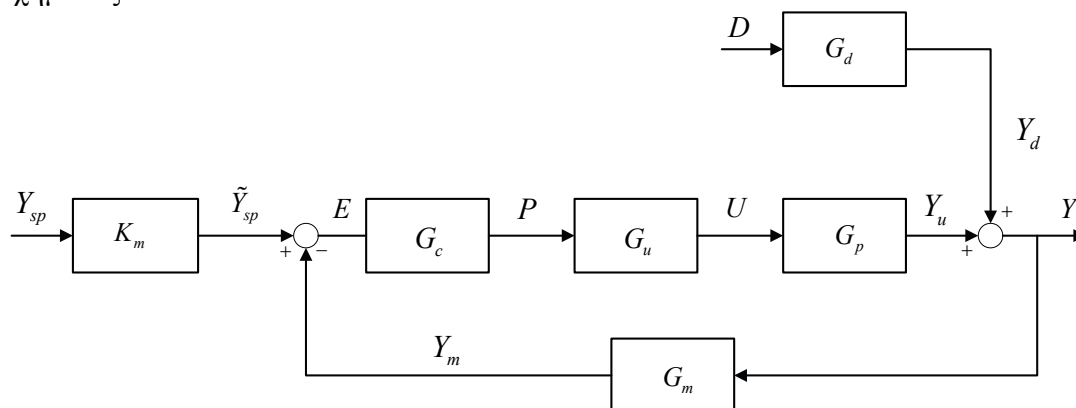
Οι μέθοδοι 1-3 μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να προσδιορίσουν τις παραμέτρους του ρυθμιστή πριν εγκατασταθεί το σύστημα ρύθμισης, επειδή βασίζονται στο μοντέλο της διεργασίας. Ωστόσο, για σημαντικούς βρόχους ρύθμισης, η αρχική βαθμονόμηση του ρυθμιστή συχνά αναπροσαρμόζεται μετά την εγκατάσταση του συστήματος ρύθμισης. Κατά συνέπεια, ο στόχος των Μεθόδων 1-3 είναι να παρέχουν μια καλή αρχική βαθμονόμηση του ρυθμιστή, η οποία να μπορεί στη συνέχεια να διορθωθεί, αν αυτό κριθεί απαραίτητο, μετά την σύνδεση του ρυθμιστή.

Η υπολογιστική προσομοίωση των ρυθμιζόμενων διεργασιών μπορεί να προσφέρει σημαντική γνώση για την δυναμική συμπεριφορά και την απόδοση του συστήματος ρύθμισης. Ειδικότερα, λογισμικό όπως το MatLab και το Simulink διευκολύνει την σύγκριση εναλλακτικών στρατηγικών βαθμονόμησης και διαφορετικών βαθμονομήσεων του ρυθμιστή.

2. ΜΕΘΟΔΟΣ ΑΜΕΣΗΣ ΣΥΝΘΕΣΗΣ

Στην μέθοδο της άμεσης σύνθεσης (DS), ο σχεδιασμός του ρυθμιστή βασίζεται σε ένα μοντέλο της διεργασίας και μια επιθυμητή συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου. Η τελευταία είναι συνήθως η συνάρτηση μεταφοράς ανάμεσα στην επιθυμητή τιμή και τη ρυθμιζόμενη μεταβλητή, αλλά μπορούν να χρησιμοποιηθούν επίσης και συναρτήσεις μεταφοράς ανάμεσα στις διαταραχές και τη ρυθμιζόμενη μεταβλητή. Η προσέγγιση της άμεσης σύνθεσης παρέχει χρήσιμη γνώση για τη σχέση μεταξύ του μοντέλου της διεργασίας και του ρυθμιστή που προκύπτει. Παρόλο που αυτοί οι ρυθμιστές με ανατροφοδότηση δεν έχουν πάντα δομή PID, η μέθοδος DS παράγει PI και PID ρυθμιστές για συνηθισμένα μοντέλα διεργασιών, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

Ως σημείο εκκίνησης για την ανάλυση θεωρούμε το διάγραμμα βαθμίδων του Σχήματος 2.



Σχήμα 2. Διάγραμμα βαθμίδων για πρότυπο σύστημα ρύθμισης με ανατροφοδότηση

Η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου για αλλαγές της επιθυμητής τιμής είναι η εξής:

$$\frac{Y}{Y_{sp}} = \frac{K_m G_c G_u G_p}{1 + G_c G_u G_p G_m} \quad (1)$$

Για απλούστευση, θεωρούμε $G \triangleq G_u G_p G_m$ και θεωρούμε ότι $G_m = K_m$. Έτσι η εξίσωση 2 απλοποιείται στην

$$\frac{Y}{Y_{sp}} = \frac{G_c G}{1 + G_c G} \quad (2)$$

(Για λόγους απλότητας χρησιμοποιούμε τα σύμβολα G και G_c για να υποδηλώσουμε τα $G(s)$ και $G_c(s)$.)

Ανακατατάσσοντας και λύνοντας ως προς G_c προκύπτει μια έκφραση για τον ρυθμιστή με ανατροφοδότηση:

$$G_c = \frac{1}{G} \left(\frac{Y/Y_{sp}}{1 - Y/Y_{sp}} \right) \quad (3)$$

Η εξίσωση (3) δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για σχεδιασμό ρυθμιστή γιατί η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου Y/Y_{sp} δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων. Επίσης είναι χρήσιμο να γίνεται διαχωρισμός μεταξύ της πραγματικής διεργασίας G και του μοντέλου, \tilde{G} , που παρέχει μια προσέγγιση της συμπεριφοράς της διεργασίας. Μια πρακτική εξίσωση σχεδιασμού μπορεί να προκύψει αντικαθιστώντας το άγνωστο G με το \tilde{G} και το Y/Y_{sp} με μια επιθυμητή συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου, $(Y/Y_{sp})_d$:

$$G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \left[\frac{(Y/Y_{sp})_d}{1 - (Y/Y_{sp})_d} \right] \quad (4)$$

Ο καθορισμός του $(Y/Y_{sp})_d$ είναι το πιο σημαντικό μέρος της μεθοδολογίας και εξετάζεται στη συνέχεια. Στην ιδανική περίπτωση θα είχαμε $(Y/Y_{sp})_d = 1$ έτσι ώστε η ρυθμιζόμενη μεταβλητή να ακολουθεί τις μεταβολές της επιθυμητής τιμής αυτομάτως και χωρίς σφάλμα. Ωστόσο, αυτή η ιδανική περίπτωση, που ονομάζεται *τέλεια ρύθμιση*, δεν μπορεί να επιτευχθεί με ρύθμιση με ανατροφοδότηση (ο παρονομαστής της συνάρτησης μεταφοράς που αντιστοιχεί στο ρυθμιστή μηδενίζεται και άρα απαιτείται άπειρη ενέργεια για τη ρύθμιση του συστήματος). Για διεργασίες χωρίς χρονικές καθυστερήσεις, μια πιο λογική επιλογή είναι ένα μοντέλο πρώτης τάξης όπως φαίνεται στην παρακάτω εξίσωση:

$$\left(\frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d = \frac{1}{\tau_c s + 1} \quad (5)$$

όπου τ_c είναι η επιθυμητή σταθερά χρόνου του συστήματος κλειστού βρόχου. Αυτό το μοντέλο έχει χρόνο απόκρισης $\sim 4\tau_c$. Δεν υπάρχει σφάλμα σε μόνιμη κατάσταση επειδή η ενίσχυση στην σταθερή κατάσταση είναι η μονάδα. Αντικαθιστώντας την (5) στην (4) και λύνοντας ως προς G_c , η συνάρτηση μεταφοράς του ρυθμιστή γίνεται:

$$G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \frac{1}{\tau_c s} \quad (6)$$

Ο όρος $1/\tau_c$ παρέχει ολοκληρωτική ρυθμιστική δράση και έτσι εξαλείφεται η απόκλιση από την επιθυμητή τιμή. Η παράμετρος σχεδιασμού τ_c προσφέρει μια εύχρηστη παράμετρο βαθμονόμησης του ρυθμιστή, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να κάνει τον ρυθμιστή πιο επιθετικό (μικρό τ_c) ή λιγότερο επιθετικό (μεγάλο τ_c).

Αν η συνάρτηση μεταφοράς της διεργασίας περιέχει μια γνωστή χρονική υστέρηση θ , μια λογική επιλογή για την επιθυμητή συνάρτηση μεταφοράς του κλειστού βρόχου είναι

$$\left(\frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d = \frac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1} \quad (7)$$

Ο όρος της χρονικής υστέρησης στην (7) είναι απαραίτητος γιατί είναι αδύνατον για την ρυθμιζόμενη μεταβλητή να ανταποκρίνεται στις αλλαγές της επιθυμητής τιμής σε $t = 0$, πριν $t = \theta$. Αν η χρονική υστέρηση δεν είναι γνωστή, το θ θα πρέπει να αντικαθίσταται με μια εκτίμηση. Ο συνδυασμός των εξισώσεων (7) και (4) δίνει:

$$G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \frac{e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1 - e^{-\theta s}} \quad (8)$$

Παρόλο που ο ρυθμιστής αυτός δεν είναι σε πρότυπη μορφή PID, είναι δυνατόν να κατασκευαστεί. Ορισμένες φορές, στην εξίσωση (7) αντί για το τ_c χρησιμοποιείται το σύμβολο λ και η μέθοδος της Άμεσης Σύνθεσης αναφέρεται ως η μέθοδος βαθμονόμησης λάμδα.

Στην συνέχεια δείχνουμε ότι η συνάρτηση μεταφοράς (8) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραχθούν ρυθμιστές PID για απλά μοντέλα διεργασιών. Χρησιμοποιώντας τους πρώτους όρους της σειράς Taylor:

$$e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s \quad (9)$$

για να προσεγγίσουμε την χρονική υστέρηση στον παρανομαστή της (8), προκύπτει:

$$G_c = \frac{1}{\tilde{G}} \frac{e^{-\theta s}}{(\tau_c + \theta)s} \quad (10)$$

Να σημειωθεί ότι και αυτός ο ρυθμιστής περιέχει ολοκληρωτική ρυθμιστική δράση.

Οι προσεγγίσεις της χρονικής υστέρησης είναι λιγότερο ακριβείς όταν η χρονική υστέρηση είναι σχετικά μεγάλη συγκρινόμενη με την σταθερά χρόνου της διεργασίας. Να σημειωθεί ότι δεν είναι απαραίτητο να προσεγγιστεί η χρονική υστέρηση στον αριθμητή γιατί απαλείφεται από τον ίδιο όρο στο \tilde{G} , όταν η χρονική υστέρηση είναι γνωστή με ακρίβεια.

Στη συνέχεια, παράγουμε ρυθμιστές για δύο σημαντικά μοντέλα διεργασιών. Για κάθε ρυθμιστή θεωρούμε ότι το μοντέλο είναι τέλει ($G = \tilde{G}$).

Μοντέλο πρώτης τάξης με χρονική υστέρηση Θεωρήστε το μοντέλο πρώτης τάξης με χρονική υστέρηση,

$$\tilde{G}(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} \quad (11)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (11) στην εξίσωση (10) παράγεται ένας PI ρυθμιστής, $G_c = K_c(1 + 1/\tau_I s)$, με τις ακόλουθες τιμές παραμέτρων:

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\theta + \tau_c}, \quad \tau_I = \tau \quad (12)$$

Η ενίσχυση του ρυθμιστή K_c είναι αντιστρόφως ανάλογη της ενίσχυσης του μοντέλου K . Ειδικότερα αν το γινόμενο $K_c K$ παραμένει σταθερό, η χαρακτηριστική εξίσωση και τα χαρακτηριστικά ευστάθειας του συστήματος κλειστού βρόχου παραμένουν σταθερά. Επίσης είναι λογικό ότι $\tau_I = \tau$ γιατί οι αργές διεργασίες έχουν μεγάλες τιμές για το τ και έτσι το τ_I θα πρέπει να είναι επίσης μεγάλο για ικανοποιητική ρύθμιση. Όσο το τ_c μειώνεται, το K_c αυξάνεται γιατί μια πιο γρήγορη απόκριση στην επιθυμητή τιμή απαιτεί πιο έντονη ρυθμιστική δράση και επομένως μια μεγαλύτερη τιμή για το K_c . Η χρονική υστέρηση θ θέτει ένα άνω όριο στο K_c , ακόμα και για την κατάσταση όπου $\tau_c \rightarrow 0$. Αντίθετα το K_c δεν περιορίζεται όταν $\theta = 0$ και $\tau_c \rightarrow 0$.

Μοντέλο δεύτερης τάξης βαθμού με χρονική υστέρηση Θεωρούμε το παρακάτω μοντέλο δεύτερης τάξης βαθμού με χρονική υστέρηση,

$$\tilde{G}(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (13)$$

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (13) στην εξίσωση (10) παράγεται ένας PID ρυθμιστής σε παράλληλη μορφή,

$$G_c = K_c \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_D s\right) \quad (14)$$

όπου

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c + \theta}, \quad \tau_I = \tau_1 + \tau_2, \quad \tau_D = \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \quad (15)$$

Οι σχέσεις βαθμονόμησης του ρυθμιστή στην εξίσωση (15) υποδηλώνουν ότι για μεγάλες τιμές του θ , το K_c μειώνεται αλλά τα τ_I και τ_D δεν μεταβάλλονται. Και σε αυτή την περίπτωση, η χρονική υστέρηση θέτει ένα πάνω όριο στο K_c όταν $\tau_c \rightarrow 0$.

Οι παράμετροι του ρυθμιστή στις εξισώσεις (12) και (15) γίνονται πιο συντηρητικές (μικρότερα K_c) όταν το τ_c αυξάνεται. Αν το θ είναι συγκριτικά μεγάλο (για παράδειγμα, $\theta/\tau_1 > 0.5$), είναι σκόπιμη μια συντηρητική επιλογή του τ_c επειδή οι εξισώσεις σχεδιασμού του ρυθμιστή βασίζονται στην προσέγγιση της υστέρησης χρόνου της εξίσωσης (9).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1 Χρησιμοποιήστε την μέθοδο σχεδιασμού DS για να υπολογίσετε τις παραμέτρους του PID ρυθμιστή για τη διεργασία:

$$G(s) = \frac{2e^{-2s}}{(10s+1)(5s+1)}$$

Θεωρείστε τρεις τιμές για την επιθυμητή τιμή της σταθεράς χρόνου του κλειστού βρόχου: $\tau_c = 1, 3$ και 10 . Αξιολογήστε τον ρυθμιστή για βηματικές επιβολές στην επιθυμητή τιμή και την διαταραχή, υποθέτοντας ότι $G_d = G$. Επαναλάβετε την αξιολόγηση για τις δυο περιπτώσεις:

(α) Το μοντέλο της διεργασίας είναι τέλει $\tilde{G} = G$.

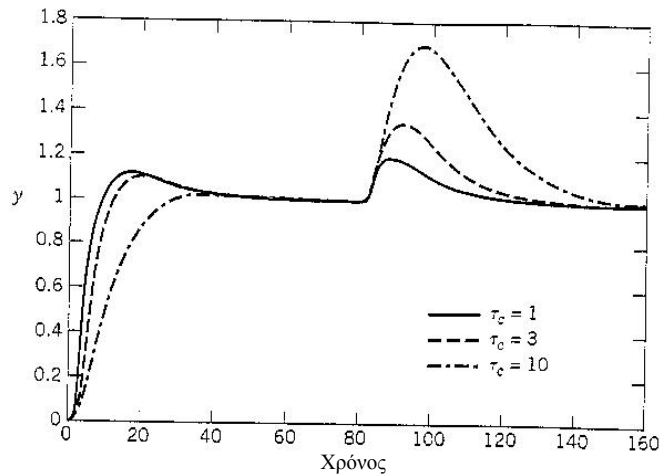
(β) Η ενίσχυση του μοντέλου είναι λανθασμένη, $\tilde{K} = 0.9$, αντί για την πραγματική τιμή $K = 2$. Έτσι,

$$\tilde{G}(s) = \frac{0.9e^{-2s}}{(10s+1)(5s+1)}$$

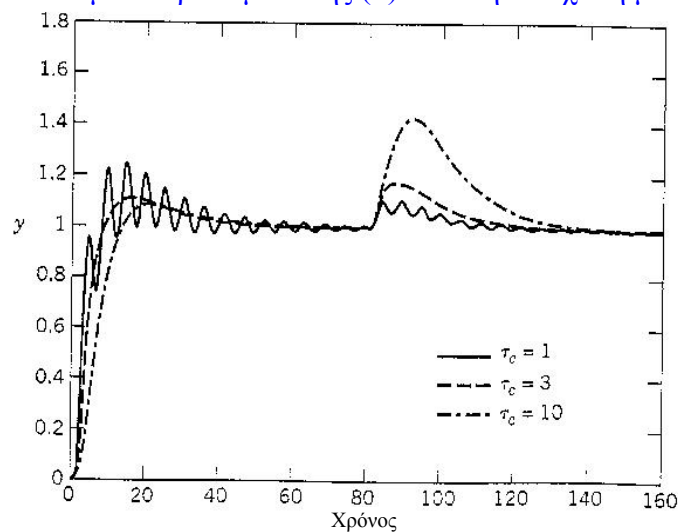
ΛΥΣΗ. Οι παράμετροι του ρυθμιστή για αυτό το παράδειγμα είναι

	$\tau_c = 1$	$\tau_c = 3$	$\tau_c = 10$
$K_c (\tilde{K} = 2)$	3.75	1.88	0.682
$K_c (\tilde{K} = 0.9)$	8.33	4.17	1.51
τ_I	15	15	15
τ_D	3.33	3.33	3.33

Οι τιμές του K_c μειώνονται όσο το τ_c αυξάνεται, αλλά οι τιμές των τ_I και τ_D δεν μεταβάλλονται, όπως φαίνεται στην εξίσωση (15). Τα Σχήματα 3 και 4 συγκρίνουν τις αποκρίσεις του κλειστού βρόχου για τους τρεις ρυθμιστές DS. Όσο το τ_c αυξάνεται, οι αποκρίσεις αναπτύσσονται πιο αργά και η μέγιστη απόκλιση είναι μεγαλύτερη αφού προκληθεί η διαταραχή το χρόνο $t = 80$.



Σχήμα 3 Αποτελέσματα προσομοίωσης (α): σωστή ενίσχυση μοντέλου.



Σχήμα 4 Αποτελέσματα προσομοίωσης (β) : λανθασμένη ενίσχυση μοντέλου.

Για την περίπτωση (β), όταν η ενίσχυση του μοντέλου είναι 0.9, περίπου 50% πιο χαμηλή, η απόκριση του κλειστού βρόχου για $\tau_c = 1$ στο Σχήμα 4 παρουσιάζει υπερβολική ταλάντωση και θα γινόταν ακόμα και ασταθής αν είχαμε θεωρήσει $\tilde{K} = 0.8$. Οι αποκρίσεις της διαταραχής για $\tau_c = 3$ και $\tau_c = 10$ στο Σχήμα 4 είναι ουσιαστικά καλύτερες από τις αντίστοιχες αποκρίσεις στο Σχήμα 3 γιατί οι πρώτες έχουν μικρότερο χρόνο απόκρισης και μικρότερες τυπικές αποκλίσεις. Αυτή η βελτίωση οφείλεται στις μεγαλύτερες τιμές για το K_c στην περίπτωση (β).

Οι προδιαγραφές της επιθυμητής συνάρτησης μεταφοράς κλειστού βρόχου, $(Y/Y_{sp})_d$, πρέπει να βασίζονται στο μοντέλο της διεργασίας που έχουμε θεωρήσει, όπως επίσης και στην επιθυμητή απόκριση στην επιθυμητή τιμή. Το μοντέλο στην εξίσωση (7) είναι μια λογική επιλογή για πολλές διεργασίες αλλά όχι όλες. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι το μοντέλο της διεργασίας περιέχει μια μηδενική θέση στο δεξιό ημιεπίπεδο που δηλώνεται από το $(1-\tau_a s)$ όπου $\tau_a > 0$. Τότε αν επιλεγθεί η εξίσωση (7), ο ρυθμιστής DS θα έχει τον όρο $(1-\tau_a s)$ στον παρανομαστή του και έτσι θα είναι ασταθής. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να αποφευχθεί αντικαθιστώντας την (7) με την εξίσωση (16):

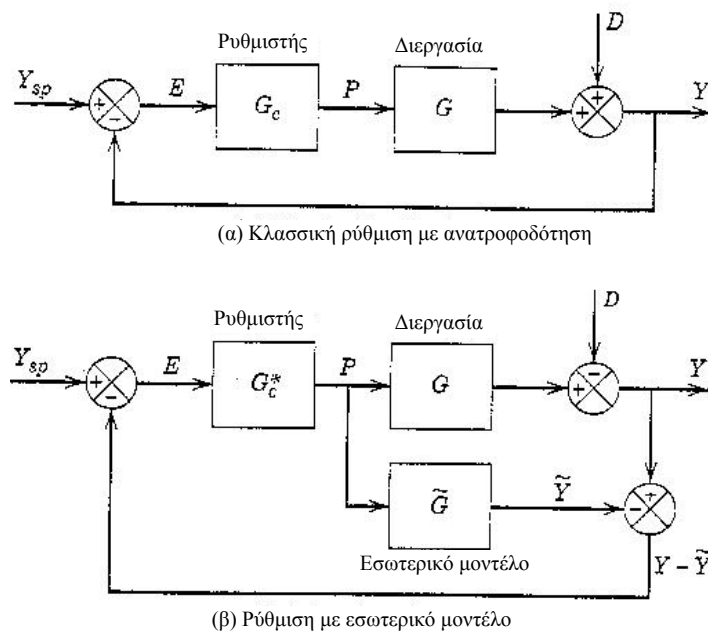
$$\left(\frac{Y}{Y_{sp}} \right)_d = \frac{(1 - \tau_d s) e^{-\theta s}}{\tau_c s + 1} \quad (16)$$

Η προσέγγιση DS δεν πρέπει να χρησιμοποιείται απευθείας για μοντέλα διεργασιών με ασταθείς πόλους. Ωστόσο μπορεί να εφαρμοστεί αν το μοντέλο σταθεροποιηθεί πρώτα με έναν επιπλέον ρυθμιστικό βρόχο ανατροφοδότησης.

3. ΡΥΘΜΙΣΤΗΣ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ (INTERNAL MODEL CONTROL, IMC)

Από τον Morari και τους συνεργάτες του, αναπτύχθηκε μια εναλλακτική μέθοδος σχεδιασμού, γνωστή ως *Ρύθμιση Εσωτερικού Μοντέλου (Internal Model Control, IMC)*, που βασίζεται στο μοντέλο της διεργασίας. Η μέθοδος IMC, όπως και μέθοδος DS, βασίζεται στο μοντέλο της διεργασίας που έχουμε αρχικά υποθέσει και οδηγεί σε αναλυτικές σχέσεις για τις παραμέτρους του ρυθμιστή. Ωστόσο, η προσέγγιση IMC έχει το πλεονέκτημα ότι επιτρέπει να μελετηθεί με πιο συστηματικό τρόπο η αβεβαιότητα στο μοντέλο και η ισορροπία ανάμεσα στην απόδοση και την ευρωστία του συστήματος κλειστού βρόχου.

Η μέθοδος IMC βασίζεται στο απλοποιημένο διάγραμμα βαθμίδων που εικονίζεται στο Σχήμα 5. Για τον υπολογισμό της απόκρισης του μοντέλου, \tilde{Y} , χρησιμοποιείται το μοντέλο της διεργασίας \tilde{G} και η έξοδος του ρυθμιστή P . Η απόκριση του μοντέλου αφαιρείται από την πραγματική απόκριση Y , και η διαφορά $Y - \tilde{Y}$, χρησιμοποιείται ως σήμα εισόδου στον IMC ρυθμιστή, G_c^* . Γενικά, $Y \neq \tilde{Y}$ εξαιτίας των σφαλμάτων μοντελοποίησης ($\tilde{G} \neq G$) και άγνωστων διαταραχών ($D \neq 0$) που δεν λαμβάνονται υπόψη στο μοντέλο.



Σχήμα 5 Στρατηγικές ρύθμισης με ανατροφοδότηση

Στο Σχήμα 5 συγκρίνονται τα διαγράμματα βαθμίδων του κλασσικού συστήματος ρύθμισης με ανατροφοδότηση και ρύθμισης IMC. Μπορεί να αποδειχθεί ότι τα δυο διαγράμματα βαθμίδων είναι πανομοιότυπα αν οι ρυθμιστές G_c και G_c^* ικανοποιούν την σχέση

$$G_c = \frac{G_c^*}{1 - G_c^* \tilde{G}} \quad (17)$$

Έτσι ένας ρυθμιστής IMC G_c^* είναι ισοδύναμος με έναν κλασσικό ρυθμιστή με ανατροφοδότηση G_c , και αντίστροφα.

Η ακόλουθη σχέση κλειστού βρόχου για τον IMC μπορεί να προκύψει από το Σχήμα 5

$$Y = \frac{G_c^* G}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} Y_{sp} + \frac{1 - G_c^* \tilde{G}}{1 + G_c^* (G - \tilde{G})} D \quad (18)$$

Για την ειδική περίπτωση ενός τέλει μοντέλου, $G = \tilde{G}$, η (12-17) γίνεται

$$Y = G_c^* G Y_{sp} + (1 - G_c^* \tilde{G}) D \quad (19)$$

Ο ρυθμιστής IMC σχεδιάζεται σε δύο βήματα:

Βήμα 1. Το μοντέλο της διεργασίας παραγοντοποιείται ως εξής

$$\tilde{G} = \tilde{G}_+ \tilde{G}_- \quad (20)$$

Όπου το \tilde{G}_+ περιέχει όλες τις χρονικές υστερήσεις και τις μηδενικές τιμές στο δεξιό ημιεπίπεδο. Επί πλέον επιβάλλεται το \tilde{G}_+ να έχει ενίσχυση ίση με τη μονάδα έτσι ώστε να διασφαλίζεται ότι οι δυο παράγοντες στην εξίσωση (20) είναι μοναδικοί

Βήμα 2. Ο ρυθμιστής ορίζεται ως

$$G_c^* = \frac{1}{\tilde{G}_-} f \quad (21)$$

Όπου f είναι ένα φίλτρο χαμηλής διαπερατότητας με ενίσχυση σταθερής κατάστασης ίση με την μονάδα. Τυπικά έχει την μορφή

$$f = \frac{1}{(\tau_c s + 1)^r} \quad (22)$$

Σε αναλογία με την DS μέθοδο, το τ_c είναι η επιθυμητή σταθερά χρόνου του κλειστού βρόχου. Η παράμετρος r είναι θετικός ακέραιος. Η πιο συνηθισμένη επιλογή είναι $r = 1$.

Να σημειωθεί ότι ο ρυθμιστής IMC στην εξίσωση 21 έχει βασιστεί στο αντιστρέψιμο μέρος του μοντέλου του συστήματος, \tilde{G}_- , αντί για ολόκληρο το μοντέλο, \tilde{G} . Αν είχε χρησιμοποιηθεί το \tilde{G} , ο ρυθμιστής θα μπορούσε να περιέχει έναν όρο πρόβλεψης $e^{+\theta s}$ (αν το \tilde{G}_+ περιέχει χρονική υστέρηση θ), ή έναν ασταθή πόλο (αν το \tilde{G}_+ περιέχει μια μηδενική τιμή στο δεξιό ημιεπίπεδο). Έτσι χρησιμοποιώντας την παραγοντοποίηση της σχέσης (20) και χρησιμοποιώντας ένα φίλτρο της μορφής της (21), ο ρυθμιστής G_c^* που προκύπτει είναι εγγυημένα πραγματοποιήσιμος και ευσταθής. Γενικά το μη αντιστρέψιμο μέρος του μοντέλου \tilde{G}_+ θέτει όρια στην απόδοση που μπορεί να επιτευχθεί από οποιοδήποτε σύστημα ρύθμισης. Για ασταθείς διεργασίες ανοικτού βρόχου, η προσέγγιση IMC πρέπει να τροποποιηθεί, γιατί η τυπική μέθοδος IMC βασίζεται σε ακύρωση των πόλων από μηδενικές θέσεις.

Για την ιδανική περίπτωση ενός τέλει μοντέλου ($G = \tilde{G}$), αντικαθιστώντας την εξίσωση (21) στην (19) προκύπτει η σχέση του κλειστού βρόχου

$$Y = \tilde{G}_+ f Y_{sp} + (1 - f \tilde{G}_+) D \quad (23)$$

Έτσι η συνάρτηση μεταφοράς κλειστού βρόχου για αλλαγές της επιθυμητής τιμής είναι

$$\frac{Y}{Y_{sp}} = \tilde{G}_+ f \quad (24)$$

Οι μέθοδοι σχεδιασμού IMC και Άμεσης Σύνθεσης (DS) μπορούν να παράγουν ισοδύναμους ρυθμιστές και πανομοιότυπες αποκρίσεις κλειστού βρόχου, ακόμα και με την παρουσία σφαλμάτων μοντελοποίησης. Αυτή η ισοδυναμία προκύπτει αν η επιθυμητή συνάρτηση μεταφοράς $(Y/Y_{sp})_d$ στην (4) εξισωθεί με την (Y/Y_{sp}) στην (24). Υπενθυμίζεται ότι η εξίσωση (17) υποδεικνύει πώς να μετατρέψουμε το G_c^* στο αντίστοιχο G_c .

Η μέθοδος IMC παρουσιάζεται στο ακόλουθο παράδειγμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Χρησιμοποιήστε την μέθοδο σχεδιασμού IMC για να σχεδιάσετε δυο ρυθμιστές για το μοντέλο πρώτης τάξης με καθυστέρηση (Εξ. 11). Θεωρήστε ότι το f δίνεται από την (22) με $r = 1$ και θεωρήστε δυο προσεγγίσεις για τον όρο της χρονικής υστέρησης:

(α) Προσέγγιση Pade:

$$e^{-\theta s} \cong \frac{1 - \frac{\theta}{2}s}{1 + \frac{\theta}{2}s} \quad (25)$$

(β) Προσέγγιση σειράς Taylor πρώτου βαθμού

$$e^{-\theta s} \cong 1 - \theta s \quad (26)$$

ΛΥΣΗ

(α) Αντικαθιστώντας την εξίσωση (25) στην (11) προκύπτει:

$$\tilde{G}(s) = \frac{K \left(1 - \frac{\theta}{2}s\right)}{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)(\tau s + 1)} \quad (27)$$

Παραγοντοποιούμε το μοντέλο αυτό ως $\tilde{G} = \tilde{G}_+ \tilde{G}_-$ όπου

$$\tilde{G}_+ = 1 - \frac{\theta}{2}s \quad (28)$$

Και

$$\tilde{G}_- = \frac{K}{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)(\tau s + 1)} \quad (29)$$

Να σημειωθεί ότι το \tilde{G}_+ έχει ενίσχυση σταθερής κατάστασης ίση με τη μονάδα, όπως απαιτείται στην διαδικασία σχεδιασμού IMC.

Αντικαθιστώντας την εξίσωση (29) και την (22) στην εξίσωση (21) και θέτοντας $r = 1$ προκύπτει

$$G_c^* = \frac{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)(\tau s + 1)}{K(\tau_c s + 1)} \quad (30)$$

Ο ισοδύναμος ρυθμιστής G_c μπορεί να προκύψει από την εξίσωση (17),

$$G_c = \frac{\left(1 + \frac{\theta}{2}s\right)(\tau s + 1)}{K\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)s} \quad (31)$$

Και να προκύψει ο PID ρυθμιστής της (14) με:

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{2\left(\frac{\tau}{\theta}\right) + 1}{2\left(\frac{\tau_c}{\theta}\right) + 1}, \quad \tau_I = \frac{\theta}{2} + \tau, \quad \tau_D = \frac{\tau}{2\left(\frac{\tau}{\theta}\right) + 1} \quad (32)$$

(β) Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία για την προσέγγιση με την σειρά Taylor προκύπτει ο PI ρυθμιστής

$$K_c = \frac{1}{K} \frac{\tau}{\tau_c + \theta}, \quad \tau_I = \tau \quad (33)$$

Η σύγκριση των (32) και (33) δείχνει ότι ο τύπος του ρυθμιστή που σχεδιάζεται εξαρτάται από την προσέγγιση της χρονικής υστέρησης. Επιπλέον ο ρυθμιστής IMC στην (33) είναι πανομοιότυπος με τον DS ρυθμιστή για το μοντέλο πρώτου βαθμού με χρονική υστέρηση. Η ισοδυναμία αυτή μπορεί να επιβεβαιωθεί παρατηρώντας ότι οι ρυθμίσεις του ρυθμιστή DS στην (15) ανάγονται στις ρυθμίσεις του IMC στην (33) για $\tau_1 = \tau$ και $\tau_2 = 0$.

Επιλογή του τ_c

Η επιλογή της παραμέτρου σχεδιασμού τ_c έχει μεγάλη σημασία για την μέθοδο DS αλλά και για την μέθοδο IMC. Γενικά, αυξάνοντας το τ_c παράγεται ένας πιο συντηρητικός ρυθμιστής γιατί το K_c μειώνεται καθώς το τ_c αυξάνεται. Για την επιλογή τιμής της παραμέτρου τ_c του IMC έχουν προταθεί αρκετές μέθοδοι για το μοντέλο πρώτης τάξης με καθυστέρηση (εξίσωση 11):

1. $\tau_c/\theta > 0.8$ και $\tau_c > 0.1\tau$
2. $\tau > \tau_c > \theta$
3. $\tau_c = \theta$

Για πιο γενικά μοντέλα διεργασιών με κυρίαρχη σταθερά χρόνου, τ_{dom} , η μέθοδος (2) μπορεί να γενικευτεί σε: $\tau_{dom} > \tau_c > \theta$. Για παράδειγμα, θέτοντας $\tau_c = \tau_{dom}/3$ σημαίνει ότι η επιθυμητή απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου είναι τρεις φορές πιο γρήγορη από την απόκριση του ανοικτού βρόχου.

4. ΣΧΕΣΕΙΣ ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗΣ ΡΥΘΜΙΣΤΗ

Στην τελευταία ενότητα, είδαμε ότι οι μέθοδοι σχεδιασμού που βασίζονται στο μοντέλο όπως η DS και η IMC παράγουν PI ή PID ρυθμιστές για ορισμένες τάξεις μοντέλων διεργασιών. Αναλυτικές εκφράσεις για τη βαθμονόμηση PID ρυθμιστών έχουν παραχθεί επίσης και από άλλες μεθόδους. Αυτές οι εκφράσεις αναφέρονται ως *σχέσεις βαθμονόμησης ρυθμιστών*, ή απλά *σχέσεις βαθμονόμησης*. Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζουμε ορισμένες από τις πιο δημοφιλείς σχέσεις βαθμονόμησης.

4.1 Σχέσεις Βαθμονόμησης IMC

Η μέθοδος IMC μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη βαθμονόμηση PID ρυθμιστή για μια σειρά από μοντέλα συναρτήσεων μεταφοράς. Μπορούν να προκύψουν διαφορετικές σχέσεις βαθμονόμησης ανάλογα με το φίλτρο f και την προσέγγιση της χρονικής υστέρησης που επιλέγεται.

Ο πίνακας 1 παρουσιάζει τις σχέσεις βαθμονόμησης του ρυθμιστή PID για συνηθισμένους τύπους μοντέλων διεργασιών. Το φίλτρο f του IMC έχει επιλεγεί σύμφωνα με την εξίσωση (20) με $r = 1$ για μοντέλα πρώτης και δεύτερης τάξης. Για μοντέλα με ολοκληρωτικά στοιχεία, χρησιμοποιείται η παρακάτω σχέση:

$$f = \frac{(2\tau_c - C)s + 1}{(\tau_c s + 1)^2} \quad \text{όπου} \quad C = \left. \frac{d\tilde{G}_+}{ds} \right|_{s=0} \quad (34)$$

Πίνακας 1 Ρυθμίσεις για PID ρυθμιστές που βασίζονται σε IMC για το $G_c(s)$

Περ.	Μοντέλο	$K_c K$	τ_I	τ_D
A	$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c}$	τ	—
B	$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2}{\tau_c}$	$\tau_1 + \tau_2$	$\frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}$
C	$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
D	$\frac{K(-\beta s + 1)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}, \beta > 0$	$\frac{2\zeta \tau}{\tau_c + \beta}$	$2\zeta \tau$	$\frac{\tau}{2\zeta}$
E	$\frac{K}{s}$	$\frac{2}{\tau_c}$	$2\tau_c$	—
F	$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau}{\tau_c^2}$	$2\tau_c + \tau$	$\frac{2\tau_c \tau}{2\tau_c + \tau}$
G	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{\tau_c + \theta}$	τ	—
H	$\frac{K e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau + \frac{\theta}{2}}{\tau_c + \frac{\theta}{2}}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau \theta}{2\tau + \theta}$
I	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 - \tau_3$	$\frac{\tau_1 \tau_2 - (\tau_1 + \tau_2 - \tau_3)\tau_3}{\tau_1 + \tau_2 - \tau_3}$
J	$\frac{K(\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau - \tau_3}{\tau_c + \theta}$	$2\zeta \tau - \tau_3$	$\frac{\tau^2 - (2\zeta \tau - \tau_3)\tau_3}{2\zeta \tau - \tau_3}$
K	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{\tau_1 - \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 - \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2 + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
L	$\frac{K(-\tau_3 s + 1)e^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$	$\frac{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}$	$\frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta} + \frac{\tau^2}{2\zeta \tau + \frac{\tau_3 \theta}{\tau_c + \tau_3 + \theta}}$
M	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{(\tau_c - \theta)^2}$	$2\tau_c + \theta$	—
N	$\frac{K e^{-\theta s}}{s}$	$\frac{2\tau_c + \theta}{\left(\tau_c + \frac{\theta}{2}\right)^2}$	$2\tau_c - \theta$	$\frac{\tau_c \theta + \frac{\theta^2}{4}}{2\tau_c + \theta}$
O	$\frac{K e^{-\theta s}}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{2\tau_c + \tau - \theta}{(\tau_c + \theta)^2}$	$2\tau_c + \tau + \theta$	$\frac{(2\tau_c + \theta)\tau}{2\tau_c + \tau + \theta}$

Το παρακάτω παράδειγμα παρουσιάζει την χρήση των σχέσεων βαθμονόμησης του Πίνακα 1.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3

Η δυναμική συμπεριφορά ενός συστήματος αποθήκευσης υγρών περιγράφεται από την ακόλουθη συνάρτηση μεταφοράς:

$$\tilde{G}(s) = \frac{K e^{-7.4s}}{s}$$

Χρησιμοποιήστε τον Πίνακα 1 για να βαθμονομήσετε PI και PID ρυθμιστές για $K=0.2$ και $\tau_c = 8$. Επαναλάβετε για $\tau_c = 15$ και απαντήστε στα ακόλουθα ερωτήματα:

(α) Συγκρίνετε τους τέσσερις ρυθμιστές για μοναδιαίες βηματικές μεταβολές στην επιθυμητή τιμή και την διαταραχή, θεωρώντας ότι $G_d = \tilde{G}$.

(β) Για να αξιολογηθεί η ευρωστία του κάθε ρυθμιστή του (α), καθορίστε το K_{\max} , δηλαδή την μεγαλύτερη τιμή του K για την οποία προκύπτει ευσταθές σύστημα κλειστού βρόχου.

ΛΥΣΗ

(α) Για αυτή την ολοκληρωτική διεργασία, $\tilde{G}_+ = e^{-0.5s}$ και άρα στην (34) $C = -\theta$. Η βαθμονόμηση του IMC ρυθμιστή με βάση τον Πίνακα 1 είναι:

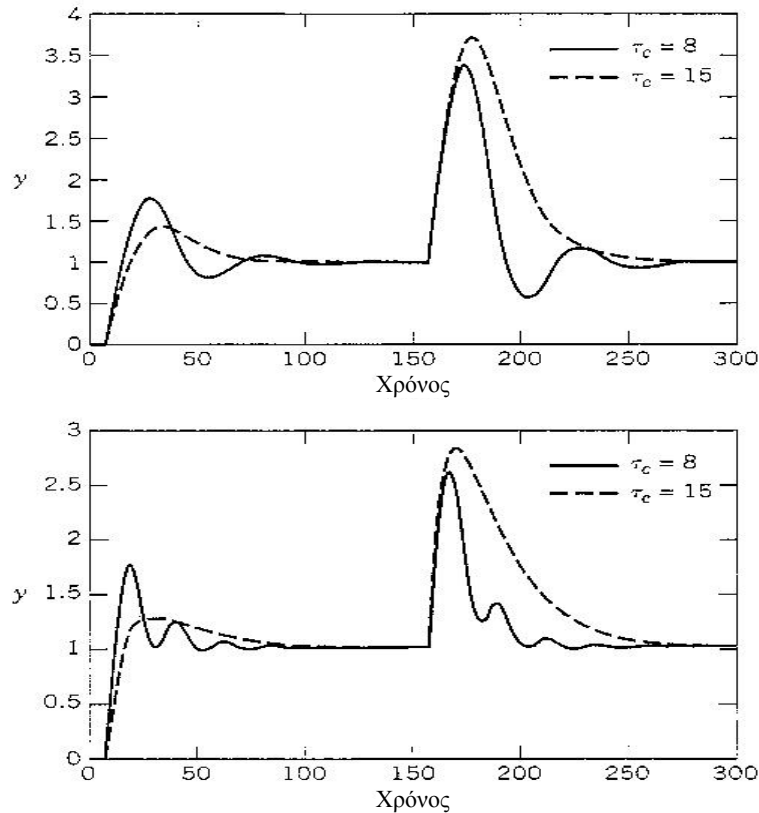
	K_c	τ_I	τ_D
PI ($\tau_c = 8$)	0.493	23.4	-
PI ($\tau_c = 15$)	0.373	37.4	-
PID ($\tau_c = 8$)	0.857	23.4	3.12
PID ($\tau_c = 15$)	0.535	37.4	3.33

Οι αποκρίσεις του κλειστού βρόχου στο Σχήμα 6 είναι πιο αργές και με μικρότερες ταλαντώσεις για $\tau_c = 15$ από ότι για $\tau_c = 8$. Επίσης, για $\tau_c = 15$ η υπέρβαση είναι μικρότερη για την αλλαγή της επιθυμητής τιμής και η μέγιστη απόκλιση είναι μεγαλύτερη μετά την διαταραχή. Ο ρυθμιστής PID παρέχει καλύτερη απόκριση στην διαταραχή από τον PI ρυθμιστή με μικρότερη μέγιστη απόκλιση. Επιπλέον ο ρυθμιστής PID έχει πολύ μικρό χρόνο απόκρισης για $\tau_c = 8$, που του δίνει την καλύτερη απόδοση από τους τέσσερις ρυθμιστές.

(β) Η αριθμητική τιμή του K_{\max} μπορεί να προκύψει από την ανάλυση ευστάθειας. Για παράδειγμα μπορεί να εφαρμοστεί το κριτήριο Routh με χρήση της προσέγγισης Pade για το νεκρό χρόνο. Οι ακριβείς τιμές μπορούν να προκύψουν εφαρμόζοντας κριτήρια ευστάθειας συχνοτικής απόκρισης.

Τα αριθμητικά αποτελέσματα που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα υποδηλώνουν ότι το K μπορεί να αυξηθεί σημαντικά σε σχέση με την ονομαστική του τιμή (0.2) πριν το σύστημα κλειστού βρόχου γίνει ασταθές. Έτσι οι ρυθμιστές IMC είναι αρκετά εύρωστοι και γίνονται ακόμα περισσότερο όσο το τ_c αυξάνεται.

Ρυθμιστής	τ_c	K_{\max}	
		Προσέγγιση	Ακριβής τιμή
PI	8	0.274	0.356
PI	15	0.363	0.515
PID	8	0.376	0.277
PID	15	0.561	0.425



Σχήμα 6 Αποτελέσματα προσομοίωσης για το Παράδειγμα 3: PI ρυθμιστής (πάνω) και PID ρυθμιστής (κάτω).

Μοντέλα στα οποία ο νεκρός χρόνος είναι πολύ μικρότερος από τη σταθερά χρόνου ($\theta/\tau \ll 1$)

Μοντέλα πρώτης ή δεύτερης τάξης με $\theta/\tau \ll 1$ αναφέρονται ως *lag-dominant models*. Οι μέθοδοι βαθμονόμησης IMC και DS παρέχουν ικανοποιητικές αποκρίσεις στην επιθυμητή τιμή, αλλά πολύ αργές αποκρίσεις στις διαταραχές, γιατί η τιμή του τ_l είναι πολύ μεγάλη. Ευτυχώς το πρόβλημα αυτό μπορεί να λυθεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους.

- 1. Προσέγγιση με ένα ολοκληρωτικό μοντέλο με νεκρό χρόνο.** Το ολοκληρωτικό μοντέλο με νεκρό χρόνο στην εξίσωση (35) παρέχει μια ακριβή προσέγγιση του μοντέλου πρώτης τάξης με καθυστέρηση της εξίσωσης (31) για το αρχικό τμήμα της βηματικής μεταβολής:

$$G(s) = \frac{K^* e^{-\theta s}}{s} \quad (35)$$

Στην εξίσωση (35), $K^* \triangleq K/\tau$. Τότε μπορούν να εφαρμοστούν οι σχέσεις βαθμονόμησης του IMC του Πίνακα 1 για οποιονδήποτε από τους ρυθμιστές M ή N.

2. **Περιορισμός στην τιμή του τ_I .** Ως διόρθωση προτείνεται ο περιορισμός της τιμής του τ_I (Skogestad):

$$\tau_I = \min\{\tau_1, 4(\tau_c + \theta)\} \quad (36)$$

3. **Σχεδιασμός του ρυθμιστή ώστε να απορρίπτει την διαταραχή, αντί να παρακολουθεί την επιθυμητή τιμή.** Μια πιο γενικά εφαρμόσιμη λύση είναι να σχεδιαστεί ο ρυθμιστής που βασίζεται στο μοντέλο για διαταραχές αντί για αλλαγές της επιθυμητής τιμής (Chen and Seborg).

Αυτές οι εναλλακτικές συγκρίνονται στο Παράδειγμα 4.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 4

Θεωρήστε μια διεργασία πρώτης τάξης με καθυστέρηση όπου $\theta/\tau = 0.01$:

$$\tilde{G}(s) = \frac{100}{100s + 1} e^{-s}$$

Σχεδιάστε τέσσερις PI ρυθμιστές:

- (α) IMC ($\tau_c = 1$)
- (β) IMC ($\tau_c = 2$) με βάση την ολοκληρωτική προσέγγιση της εξίσωσης (35).
- (γ) IMC ($\tau_c = 1$) με την τροποποίηση του Skogestad (εξίσωση 36)
- (δ) DS μέθοδο για απόρριψη διαταραχών με βάση την οποία προκύπτει η ακόλουθη βαθμονόμηση ενός PI ρυθμιστή: $K_c = 0.551$ και $\tau_I = 4.91$.

Αξιολογήστε τους τέσσερις ρυθμιστές συγκρίνοντας την απόδοσή τους για μοναδιαίες βηματικές μεταβολές στην επιθυμητή τιμή και την διαταραχή. Θεωρήστε ότι το μοντέλο είναι τέλει και ότι $G_d(s) = G(s)$.

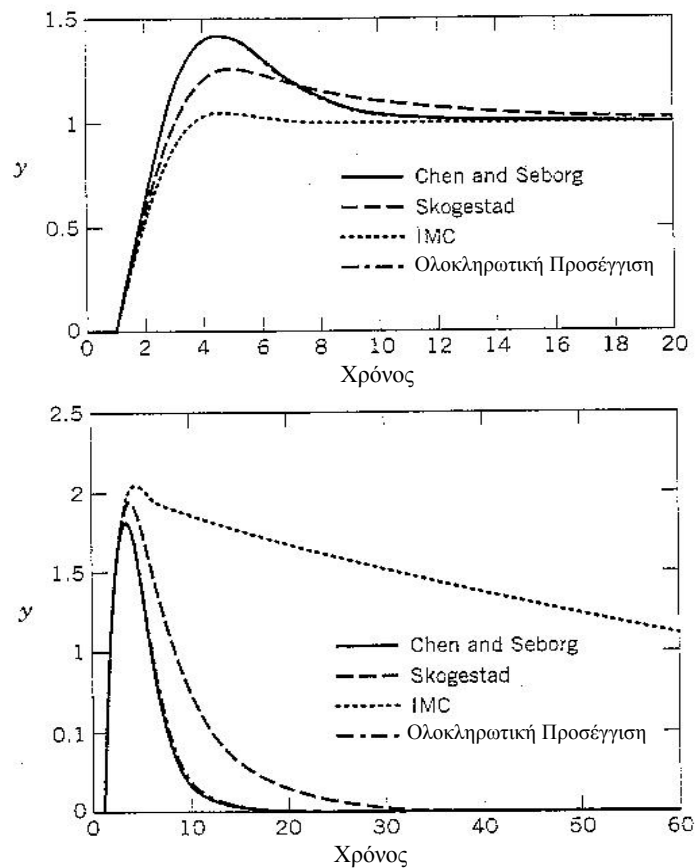
ΛΥΣΗ

Οι ρυθμίσεις του PI ρυθμιστή είναι:

Ρυθμιστής	K_c	τ_I
(α) IMC	0.5	100
(β) Ολοκληρωτική Προσέγγιση	0.556	5
(γ) Skogestad	0.5	8
(δ) DS – d	0.551	4.91

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης του Σχήματος 7 δείχνουν ότι ο ρυθμιστής IMC παρέχει τέλεια απόκριση στην επιθυμητή τιμή, ενώ οι άλλοι τρεις ρυθμιστές έχουν σημαντικές υπερβάσεις και μεγαλύτερους χρόνους σταθεροποίησης. Ωστόσο, ο ρυθμιστής IMC παράγει απαράδεκτα αργή απόκριση στην διαταραχή,

που οφείλεται στην μεγάλη τιμή του τ_r , παρόλο που τελικά η απόκριση όντως επιστρέφει στο μηδέν εξαιτίας της ολοκληρωτικής δράσης. Οι άλλοι τρεις ρυθμιστές παρέχουν πολύ καλύτερη απόρριψη της διαταραχής κρίνοντας από τους μικρούς χρόνους απόκρισης.



Σχήμα 7 Σύγκριση αποκρίσεων επιθυμητής τιμής (πάνω) και αποκρίσεων διαταραχής (κάτω) για το Παράδειγμα 4. Οι αποκρίσεις για την DS μέθοδο και την μέθοδο της ολοκληρωτικής προσέγγισης είναι ουσιαστικά όμοιες.

4.2 Σχέσεις Βαθμονόμησης που Βασίζονται σε Κριτήρια Σφάλματος Ολοκλήρωσης

Έχουν αναπτυχθεί σχέσεις βαθμονόμησης ρυθμιστών που βελτιστοποιούν την απόκριση κλειστού βρόχου για απλά μοντέλα διεργασιών και καθορισμένες αλλαγές σε επιθυμητή τιμή και διαταραχές. Οι βέλτιστη βαθμονόμηση ελαχιστοποιεί το κριτήριο ολοκληρωτικού σφάλματος. Τρία δημοφιλή ολοκληρωτικά κριτήρια είναι:

1. Ολοκλήρωμα της απόλυτης τιμής του σφάλματος (IAE)

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (37)$$

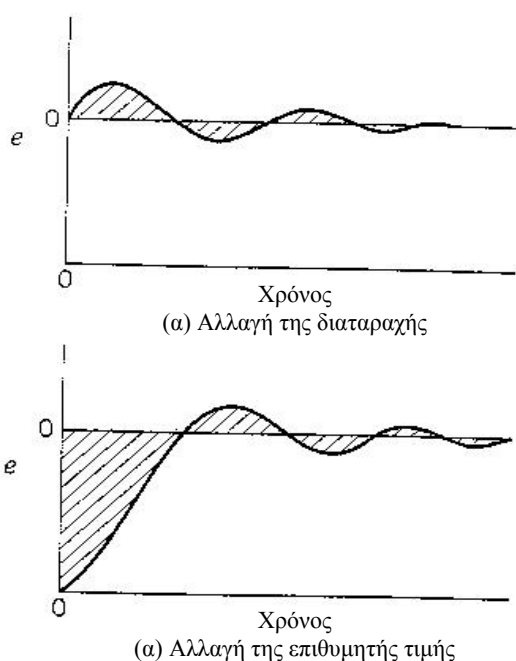
Όπου το σήμα σφάλματος $e(t)$ είναι η διαφορά μεταξύ της μέτρησης και της επιθυμητής τιμής (ρυθμιστική απόκλιση).

2. Ολοκλήρωμα του τετραγώνου του σφάλματος (ISE)

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (38)$$

3. Ολοκλήρωμα του απόλυτου σφάλματος με χρονικό βάρος (ITAE)

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (39)$$



Σχήμα 8 Γραφική ερμηνεία του IAE. Η γραμμοσκιασμένη επιφάνεια είναι η τιμή του IAE.

Το κριτήριο ISE επιβάλλει ποινή σε μεγάλα σφάλματα, ενώ το κριτήριο ITAE επιβάλλει ποινή σε σφάλματα που επιμένουν για μεγάλο χρονικό διάστημα. Γενικά το κριτήριο ITAE είναι αυτό που προτιμάται γιατί έχει ως αποτέλεσμα την πιο συντηρητική βαθμονόμηση του ρυθμιστή. Αντίθετα το κριτήριο ISE παράγει πιο επιθετική βαθμονόμηση, ενώ το κριτήριο IAE έχει την τάση να παράγει βαθμονόμηση ρυθμιστή που βρίσκεται μεταξύ των κριτηρίων ITAE και ISE. Στο Σχήμα 8 έχουμε μια γραφική ερμηνεία του δείκτη απόδοσης IAE.

4.3 Σύγκριση Σχέσεων Βαθμονόμησης

Παρόλο που ο σχεδιασμός και οι σχέσεις βαθμονόμησης των προηγούμενων ενοτήτων βασίζονται σε διαφορετικά κριτήρια απόδοσης, μπορούν να εξαχθούν μερικά γενικά συμπεράσματα:

1. Η ενίσχυση του ρυθμιστή K_c πρέπει να είναι αντιστρόφως ανάλογη του γινομένου των άλλων ενισχύσεων στον βρόχο ανατροφοδότησης (π.χ. K_c είναι ανάλογο του $1/K$ όπου $K = K_v K_p K_m$).
2. Το K_c πρέπει να ελαττώνεται όσο αυξάνεται το θ/τ , δηλαδή ο λόγος της χρονικής υστέρησης προς την κυρίαρχη σταθερά χρόνου. Γενικά η ποιότητα της ρύθμισης μειώνεται όσο αυξάνεται το θ/τ εξαιτίας των μεγαλύτερων χρόνων απόσβεσης και μεγαλύτερων αποκλίσεων από την επιθυμητή τιμή.
3. Το τ_I και το τ_D πρέπει να αυξάνονται όσο αυξάνεται το θ/τ . Για πολλές σχέσεις βαθμονόμησης ρυθμιστών, ο λόγος τ_D/τ_I είναι μεταξύ 0,1 και 0,3. Σαν γενικό κανόνα χρησιμοποιούμε ως πρώτη υπόθεση το $\tau_D/\tau_I = 0,25$.
4. Όταν η ολοκληρωτική ρυθμιστική δράση προστίθεται σε έναν μόνο αναλογικό ρυθμιστή, το K_c πρέπει να μειώνεται. Η επιπλέον προσθήκη μιας διαφορικής δράσης επιτρέπει στο K_c να αυξηθεί σε μια τιμή μεγαλύτερη από αυτή ενός αποκλειστικά αναλογικού ρυθμιστή.

5 ON-LINE ΒΑΘΜΟΝΟΜΗΣΗ ΡΥΘΜΙΣΤΗ

Μέθοδος της Συνεχούς Ταλάντωσης

Πριν από περισσότερα από 60 χρόνια, οι Ziegler και Nichols (1942) έκαναν μια κλασική δημοσίευση που εισήγαγε την μέθοδο της *συνεχούς ταλάντωσης* για την βαθμονόμηση των ρυθμιστών. Βασίζεται στην παρακάτω διαδικασία δοκιμής και σφάλματος:

Βήμα 1. Αφού η διεργασία φτάσει σε κατάσταση ισορροπίας (τουλάχιστον κατά προσέγγιση), απαλείφουμε την ολοκληρωτική και την διαφορική δράση θέτοντας τ_D ίσο με το μηδέν και το τ_I στην μεγαλύτερη δυνατή τιμή.

Βήμα 2. Θέτουμε το K_c ίσο με μια μικρή τιμή (π.χ. 0.5) και τοποθετούμε τον ρυθμιστή στον αυτόματο τρόπο λειτουργίας.

Βήμα 3. Εισάγουμε μια μικρή στιγμιαία αλλαγή στην επιθυμητή τιμή έτσι ώστε η ρυθμιζόμενη μεταβλητή να απομακρυνθεί από την επιθυμητή τιμή. Αυξάνουμε σταδιακά το K_c μέχρις ότου συμβεί συνεχής ταλάντωση με σταθερό πλάτος. Η αριθμητική τιμή του K_c για την οποία προκύπτει συνεχής ταλάντωση ονομάζεται *οριακή ενίσχυση*, K_{cu} . Η περίοδος της αντίστοιχης συνεχούς ταλάντωσης αναφέρεται ως *οριακή περίοδος*, P_u .

Βήμα 4. Υπολογίζουμε τη βαθμονόμηση του ρυθμιστή PID χρησιμοποιώντας τις σχέσεις βαθμονόμησης των Ziegler – Nichols (Z-N) ή πιο συντηρητικά τις σχέσεις των Tyreus – Luyben στον Πίνακα 2.

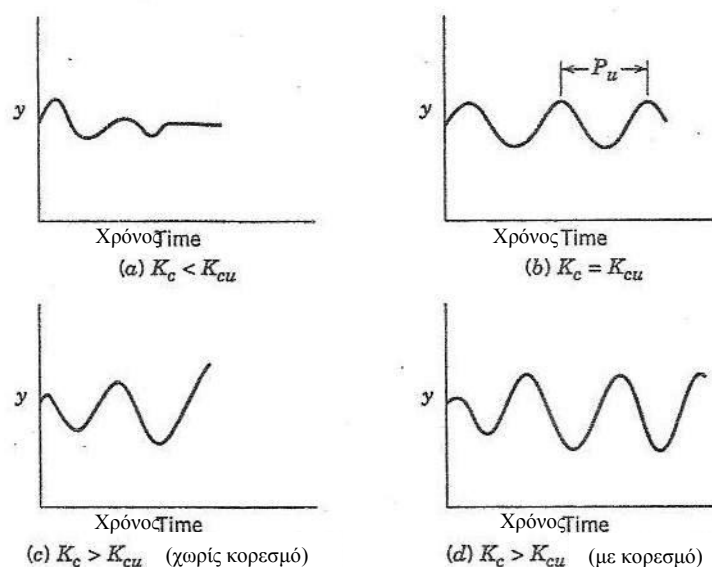
Βήμα 5. Αξιολογούμε τη βαθμονόμηση κατά Z-N εισάγοντας μια μικρή αλλαγή στην επιθυμητή τιμή και παρατηρώντας την απόκριση του κλειστού βρόχου. Βελτιώνουμε την βαθμονόμηση αν είναι απαραίτητο.

Πίνακας 2 Βαθμονόμηση Ρυθμιστή με βάση την Μέθοδο της Συνεχούς Ταλάντωσης

Ziegler – Nichols	K_c	τ_I	τ_D
P	$0.5K_{cu}$	-	-
PI	$0.45 K_{cu}$	$P_u/1.2$	-
PID	$0.6 K_{cu}$	$P_u/2$	$P_u/8$
Tyreus – Luyben	K_c	τ_I	τ_D
PI	$0.31 K_{cu}$	2.2	-
PID	$0.45 K_{cu}$	2.2	$P_u/6.3$

Οι σχέσεις βαθμονόμησης που πρότειναν οι Ziegler και Nichols (1942) καθορίστηκαν εμπειρικά για να παρέχουν αποκρίσεις κλειστού βρόχου που έχουν λόγο απόσβεσης 50%. Όταν λαμβάνει χώρα μόνο αναλογική ρύθμιση, οι τιμές που υπολογίζονται από τον πίνακα 2 παρέχουν ένα περιθώριο ενίσχυσης ίσο με 2 για το K_c επειδή είναι ίσο με τα μιάμιση φορά την τιμή του ορίου ευστάθειας, K_{cu} . Όταν προστεθεί ολοκληρωτική δράση και ο ρυθμιστής γίνει PI, το K_c ελαττώνεται από $0.5K_{cu}$ σε $0.45K_{cu}$. Η σταθεροποιητική επίδραση της διαφορικής δράσης, οπότε και σχηματίζεται ρυθμιστής PID, επιτρέπει την αύξηση του K_c στο $0.6K_{cu}$.

Αντιπροσωπευτικά αποτελέσματα για τον καθορισμό της K_{cu} μέσω δοκιμής-σφάλματος φαίνονται στο σχήμα 9. Για $K_c < K_{cu}$, η απόκριση κλειστού βρόχου $y(t)$ συνήθως είναι δεν παρουσιάζει ταλαντώσεις ή παρουσιάζει ελαφρά ταλάντωση. Για την ιδανική περίπτωση όπου $K_c = K_{cu}$, το σύστημα παρουσιάζει οριακή ευστάθεια (σχήμα 9b). Για $K_c > K_{cu}$, το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ασταθές και θεωρητικά θα παρουσιάσει απόκριση με την μορφή ταλάντωσης με διαρκώς αυξανόμενο πλάτος (σχήμα 9c). Αλλά στην πράξη, ο κορεσμός του ρυθμιστή (τιμή της μεταβλητής εκ χειρισμού στο πάνω ή στο κάτω όριο λειτουργίας παράγει ταλάντωση με σταθερό πλάτος (σχήμα 9d).



Σχήμα 9. Πειραματικός καθορισμός της τελικής ενίσχυσης K_{cu} .

Η παραπάνω μέθοδος παρουσιάζει ορισμένα σημαντικά μειονεκτήματα:

1. Μπορεί να έχει υψηλές απαιτήσεις σε χρόνο εάν απαιτούνται αρκετές δοκιμές και η δυναμική του συστήματος είναι αργή. Η μεγάλη διάρκεια των πειραματικών ελέγχων μπορεί να οδηγήσει μειωμένη παραγωγή ή σε χαμηλή ποιότητα προϊόντος.
2. Σε πολλές εφαρμογές, δεν είναι επιτρεπτή η ταλάντωση που παρατηρείται στην περίπτωση της οριακής ευστάθειας, επειδή η διεργασία ωθείται στα όρια της ευσταθούς συμπεριφοράς και αν συμβούν εξωτερικές διαταραχές ή αλλαγές στην διεργασία κατά την διάρκεια του ελέγχου, είναι πιθανό να προκύψει ασταθής ή και επικίνδυνη λειτουργία (πχ. να βγει εκτός ελέγχου μια χημική διεργασία).
3. Αυτή η διαδικασία εύρεσης των παραμέτρων δεν είναι δυνατή σε διεργασίες με ολοκληρωτική συμπεριφορά ή ασταθείς διεργασίες ανοιχτού βρόχου επειδή η συμπεριφορά τους είναι γενικά ασταθής για υψηλές και χαμηλές τιμές του K_c , παρότι είναι ευσταθείς για ενδιάμεσες τιμές.
4. Για μοντέλα πρώτης και δεύτερης τάξης χωρίς χρονική καθυστέρηση, δεν υπάρχει τελική ενίσχυση επειδή το σύστημα κλειστού βρόχου είναι ευσταθές για όλες τις τιμές του K_c , εφόσον φέρει το σωστό πρόσημο. Ωστόσο, στην πράξη είναι ασυνήθιστο για να μην έχει τελική ενίσχυση ένας βρόχος ρύθμισης.

Αν όμως είναι διαθέσιμο ένα μοντέλο της διεργασίας, οι K_{cu} και P_u μπορούν να καθοριστούν από μια ανάλυση συχνοτικής απόκρισης ή μέσω προσομοιώσεων.

Οι τιμές που προκύπτουν από την βαθμονόμηση κατά Ziegler-Nichols χρησιμοποιούνται ευρέως ως σημείο αναφοράς για την αξιολόγηση διαφόρων μεθόδων βαθμονόμησης και μεθοδολογιών ρύθμισης. Επειδή βασίζονται σε λόγο απόσβεσης 50% ,έχουν την τάση να οδηγούν σε ταλαντώσεις με μεγάλες υπερβάσεις. Συνεπώς, προτιμώνται πιο συντηρητικές βαθμονομήσεις, όπως αυτές που προκύπτουν από την μέθοδο των Tyreus-Luyben και που φαίνονται στον πίνακα 2.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 5

Για το μοντέλο της διεργασίας του παραδείγματος 1,

$$G = \frac{2e^{-s}}{(10s+1)(5s+1)}$$

Συγκρίνετε τους ρυθμιστές PID που έχουν βαθμονομηθεί με τις ακόλουθες μεθόδους:

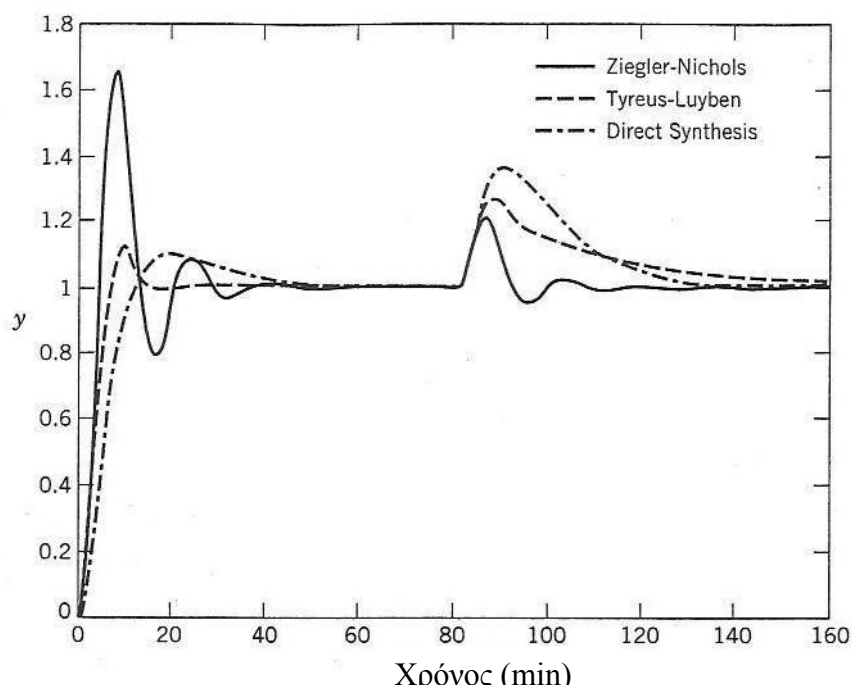
- i. Ziegler-NiChols (Z-N)
- ii. Tyreus-Luyben (T-L)
- iii. Μέθοδος Direct Synthesis (D-S) όπου $\tau_c=3$

Αξιολογήστε αυτούς τους ρυθμιστές για μοναδιαίες βηματικές αλλαγές και στο επιθυμητό σημείο και στην διαταραχή, υποθέτοντας ότι $G_d=G$.

ΛΥΣΗ

Η οριακή ενίσχυση και η οριακή περίοδος είναι $K_{cu}=7,88$ και $P_u=11,66$ αντίστοιχα. Οι υπολογιζόμενες παράμετροι των ρυθμιστών είναι:

Μέθοδος	K_c	τ_I	τ_D
Z-N	4,73	5,8	1,45
T-L	3,55	25,8	1,84
D-S	1,88	15,0	3,33



Σχήμα 10. Σύγκριση των ρυθμιστών PID για το παράδειγμα 5.

Αυτές οι ρυθμίσεις και οι αποκρίσεις κλειστού βρόχου στο σχήμα 10 δείχνουν ότι οι ρυθμίσεις Z-N είναι οι πιο απότομες κι παράγουν αποκρίσεις με ταλάντωση. Ο ρυθμιστής Z-N παρέχει την καλύτερη ρύθμιση για την διαταραχή και την χειρότερη για το πρόβλημα καθοδήγησης (αλλαγής του επιθυμητού σημείου). Οι ρυθμιστές T-L και DS οδηγούν σε ικανοποιητικές αποκρίσεις ως προς το επιθυμητό σημείο αλλά σε αργές αποκρίσεις ως προς την διαταραχή..